VITTORIO EM. III

Digitized by Google

FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XXVIII

Palchetto

Num.° d' ordine 15 Z - C 20971 B 31

NAZIONALE
B. Prov.
I
1935
NAPOLI
R. BIBLIOTECA VITT. EM. III

I. 1.

B. Ros.
I
1935

4 f.

Digitized by Google

Digitized by Google

8134

WILHELMI SILII
MEDITATIONES
PHYSICO-MATHEMATICÆ

D E

Recta Virium Vivarum Menſura,
ſeu Motionis Æſtimatione.

PANORMI MDCCLXXIV.
Ex Regia Typographia D. Joſephi Epiro.

Superiorum Permiſſu.

Digitized by Google

Præclariſſimis Matheſeos Cultoribus, Ingenuiſque Veritatis Amatoribus.

SI quis veſtrum, Præclariſſimi Viri, atque Ornatiſſimi, forte miretur, me ab exteris regionibus, longeque etiam diſſitis Judices, ac ſi bene res ceſſerit, Patronos petere, cauſſamve quærat, quæ me ad id opus ſuſcipiendum impulerit, ſciat in primis velim, me non effrænata fingendi libidine, aut gloriæ, aurive ſplendore raptum, ſed venerandæ dumta-

Digitized by Google

taxat Veritatis religione, ſtimuliſque compulſum. Quapropter cum in hac re, qua de agimus jamdiu claudicare meo ſaltem judicio viſa ſint nedum præcipua Nobiliſſimi, & ingenio Excellentiſſimi Viri Leibnitzii, ejuſque ſectatorum, ſed & potiſſima quoque Carteſianorum argumenta, repetitis Amicorum ſuaſionibus adductus, emunctæ naris Viros conſului Concives meos, quos in re Mathematica non mediocriter verſatos vulgaris fama prædicabat, ſapientiſſimæ eorum trutinæ meditationes meas ſubjiciendo; iis vero abſurdæ adeo, adeo turpes protinus viſæ ſunt, ut eas ſtatim ab ſacro eorum conſpectu procul eſſe jubentes, iratis Diis natas judicaverint, indignaſque penitus, quæ gravem ipſorum ſententiam, non dicam ſuſtinerent, ſed nec expectarent aliquantiſper. Quare ad Areopagiticum eorum Tribunal mihi reverenter accedenti, urgentique,

ut

ut fugare vel nubeculas, vel tenebras meas dignarentur, cenſoriæ lucis ſcintillulam fortaſſe aliquam ab imis pectorum ſuorum penetralibus ultima fatali die excuſſuros ſignificarunt; dehinc pro rei coronide illuſtriores bonarum diſciplinarum hujus Urbis Mecenates miſeris hiſce meis laboribus per cunicolos ſubripuerunt. Hi profecto in eorum cenſu ſunt, ſi licet fateri quod ſentio, qui ægris oculis aliorum ſortem conſpicientes, turgidiſque ſuis ingeniolis indulgentes nihil ferme probant, quod ipſi non invenerunt, aut adornarunt, ac tum pulchre ſibi diſputare videntur, cum quod arguendo evertere non poſſunt, tamquam ridiculum temere contemnunt, aut puerilibus dicteriis aſperſum aliorum riſui exponunt; hi ex eorum numero ſunt, qui abſurdas quaſvis, inaneſque ampullas magno clamore ignaris divendentes, inter incónditos plaudentium ſtrepitus

ſibi

ſibi metipſis facile adulantur, totaque urbe ſe probatos medullitus ſentientes, tamquam digito jure monſtrandi, ac obmurmurantibus labiis tacite compellandi tumentes incedunt. At vero tantum abeſt, ut corpulentiores hi Mathematici, omni geometrico, atque analytico ſucco longe, large, craſſeque pleni per convicia iſtiusmodi omni rationis pondere penitus deſtituta, me ab incæpto abſterruerint, quin potius quamdam in me veluti ſuperbiam creaverint alienis declamationibus quæſitam. Quo factum eſt, ut luci tradenda conſtituerim, quæ privato tantum ſtudio deſtinaveram, ut errorum origines, ſi qui irrepſerint, a candidiore, ac meliore judice aperirentur. Non poſſum autem quo minus naturali quodam pudore ſuffundar, quod haſce cogitationes meas ſplendidiſſimo Nomini Veſtro audeam inſcribere, quotquot eſtis Præclariſ-

riſſimi Matheſeos Cultores, ac tantulæ libellum molis Viris ſiſtere ad tantum eruditionis culmen evectis; idcirco conſilium, quod cœperam, non continuo maturaſſem, niſi me ad id humanitas illa incitaſſet, quæ eos decet maxime, qui ultra aliorum ſortem maxime evehuntur. Quis bonarum artium amator, qui opem, tutelam, certiſſimumque præſidium à comitate veſtra non obtineat? Vos itaque rogo, Viri eruditiſſimi, & animorum Veſtrorum magnitudinem, eo, quo par eſt, obſequio, oro, obteſtorque, ut pertenue hoc Opuſculum ad Vos humillime delatum perhumaniter excipiatis, excuſſiſque rationibus, remotis præjudiciis, partiumque ſtudiis, pleraque corrigatis; dematis alia, alia addatis, lituras denique univerſim liberrime inducatis: meam enim ſententiam rationis, & veritatis auctoritati prorſus ſubmitto, & malo dici veritatis mihi ad-

ver-

verſantis amator ingenuus, quam opinionis meæ propugnator injuſtus. Quod ſi autem conſilium ipſum Vobis improbandum videatur, animum ſaltem reſpicite devinctiſſimum Vobis, meumque in ſcientiis humano generi quam maximè utilibus addiſcendis ſtudium probate. Servet Vos, D.O.M. Univerſi Litterati Orbis Grande Decus, ac Validiſſimum Præſidium Eruditorum; Valete.

Digitized by Google

PRAEFATIO.

QUanto partium ſtudio de recti Virium Vivarum, ſeu Motionis æſtimatione contenderint, contendantque hodie in Germania potiſſimum, Gallia, Britannia celebriores Mathematici neminem latere arbitror, qui Philoſophiæ recentioris hiſtoriam vel primoribus labiis deguſtavit. Profecto quo veritatem in aprico collocarent, diu, multumque inſudarunt Cll. quidem Viri cum demonſtrationes excogitando, tum nova ſemper experimenta capiendo, imo ab aliis capta ad examen iterum di-

Digitized by Google

diligentiſſime revocando. Quid Leibnitius, Hugenius, Bernovillius, Hermannus, Wolfius, Polenus, Richterus, sGraveſandius, Muſſchenbroekius, quid Carteſius, Newtonus, Deſagulierius, Jurinus, Mairanus, Mac-Laurin, Noletus, aliique Viri ſummi hac in re ſcripſerint, adeo compertum, ac pervulgatum eſt, ut commemorationem meam non expoſtulet; ſed incerto hactenus marte pugnatum, nec ullam finiendæ litis ſpem tantorum Virorum certamina attulerunt, acriuſque etiamnum hodie fervet philoſophica lis illa non ſine Mathematicarum Diſciplinarum dedecore, quarum ſit oportet, rerum evidentia, quam ubique præſeferunt, & litigantibus ſilentium, & quæſtionibus finem imponere. Obfirmarunt jam ſeſe pro tuenda ſimplici velocitate, qui Britannum ſequuntur ducem, pro quadrato vero ejuſdem velocitatis, qui Germano utuntur Auctore; Qua in re ſi affectum præ intelligentia plurimum potuiſſe ſenſeris, & va-

li-

validiſſimam cæteroquin ingenii aciem in utraque parte nonnihil hebetaſſe; tuæ te ſententiæ neutiquam pænitebit.

Certe ſi tuto ratione utimur, alterutram a vero aberraſſe partem neceſſe eſt; nil tamen obſtat, quominus labi utraque potuerit, quod male hinc fortaſſe pronunciatum eſt; hinc vero, quod non ſat bene firmatum. Id quidem in hac controverſia reapſe accidiſſe arbitror, cum ſcilicet a meliori parte Newtoniani, & Carteſiani ſtarent, non melioribus tamen pugnarunt armis, ſed ex eo genere, quo ſeſe exercuerunt pro erronea opinione Leibnitiani.

Porrò ſi quæras, cur nulla ſuccurrat umquam de re geometrica dubitatio, cum contra licuerit graviſſimis Viris in hac re, qua de agimus, a ſe invicem diverſa ſentire, hanc diſcriminis rationem invenies, quod a geometricis demonſtrationibus quam longe diſſideant, quæ prolata hic momenta ſunt pro tuenda etiam veri-

ritate; Unde fit, ut jure optimo notam temeritatis effugiam, ſi nova circa rectam Virium menſuram conor tentamina, genuina proferens genuinæ ſententiæ argumenta, & veras errorum origines adaperiens, quibus transverſum agi pars utraque paſſa eſt.

Animadvertendum id tamen in primis eſt, eo me ſenſu Virium Vivarum æſtimationem inquirere, quo a Leibnitzio vires vivæ definiuntur; Sunt enim hodie, qui ſub eodem vocabulo quæſtionem longe diverſam exagitant, aliud penitus intelligendo, quam Illuſtris Auctor intellexit ut ex Scol. §. 9. clare liquet. Scio equidem liberam prorſus eſſe, & ab hominis arbitrio dumtaxat pendulam rerum nomenclaturam, utantur hi jure ſuo non impedio; ſed novas res eſſe, quibus nova imponunt nomina, patiantur ſaltem, ut non ignoremus.

Id tandem ſilentio penitus prætereundum non videtur, me ubi primum ad haſce meditatio-

tiones conſcribendas animum appuli , unum vix ſupra vigeſimum ætatis meæ annum attigiſſe ; nec ullum in Mathematicis diſciplinis addiſcendis Præceptorem audiiſſe . Quod non ad augendam gloriam , ſi res bene ſe habeat , ſed ad minuendam citius erroris , ſi qui forte irrepſerit , turpitudinem , præmonitum lectorem volo ; quam enim profero , diſſertantiunculam non veluti ex Tripode Pithia pronuntio , ſed ad Naſutiores Mathematicos , quibus res profundius meditari datum eſt , tamquam ad Cenſorum Tribunal pro ſubeundo eorum judicio , ac ſuffragio delatam jubeo .

Digitized by Google

AD LECTOREM.

HUmanitatem tuam, Benigne Lector, rogo ut calamo graviora, quæ ſequuntur, errata placida fronte corrigas; Levioribus autem comiter parcas; veniamque concedas; Temporis enim anguſtiæ mihi rebus magis, quam verbis attento ſeveriorem denegarunt correctionem; Valde namque verebar, ne mea præriperentur conſilia.

pag. 7. lin. 20. pro quæ lege quam.
p. 8. l. 25. pro ut Leibnitius lege ut Leibnitius vocat.
pag. 11. lin. 20. pro Mc lege Mu
pag. 19. lin. 3. pro refellere lege refellamus.
pag. 24. lin. 20. pro tempora lege tempore.
pag. 29. lin. 22. pro meditetur lege meditemur.
ibid. lin. 17. pro §. 17. lege §. 18.
pag. 35. lin. 18. pro $2x-1:x-1$ lege $[2x-1]:(x-1)$
pag. 36. lin. 1. pro $x+1:1$ lege $(x+1):1$
p. 42. l. 19. pro aut ſi adſcendat lege ac ſi adſcendat.
pag. 43. lin. 8. pro majorem lege majus.
pag. 44. lin. 17. pro temporibus infinite parvis lege tempora infinita parva.
pag. 55. lin. 15. pro vim vivam lege vis viva.
pag. 64. lin. 5. pro inquirentes lege inquirendo.
pag. 68. lin. 5. pro Hæ lege Has.
pag. 73. lin. 1. pro illo lege illi.
pag. 85. lin. 14. pro recedentes lege recedentia.

Digitized by Google

Quoniam recta philoſophandi methodus poſtulat, ut ea præmittantur, per quæ ſequentia intelliguntur; aliquas idcircò communes definitiones, ac nonnulla univerſalia principia ſtatuamus oportet: Sit itaque.

DEFINITIO 1.

1. Motus eſt *continua, & ſucceſſiva loci mutatio.*

DEFINITIO 2.

2. Facultas, ſivè Potentia, quæ vel motum in corpora inducit, vel remotis obſtaculis induceret, *Vis* a Phiſicis omnibus appellatur.

DEFINITIO 3.

3. Vis illa, quæ corpora ad perpendicularem

Digitized by Google

verſus tellurem deſcenſum indeſinenter ſollicitat, *Gravitas* dicitur, eamque conſtantem ſemper cum Adverſariis ſupponimus.

DEFINITIO 4.

4. Gravitatis quantitas illa quam minima, quæ tempore admodum parvo agit, *Elementaris Vis* nuncupatur.

DEFINITIO 5.

5. Tempuſculum illud verò, *Tempuſculum Elementare* vocatur, quod literis dt indicabimus.

COROLLARIUM 1.

6. Vis finita, quovis ſcilicet finito tempore producta rationem compoſitam habet ex elementari vi, ac tempuſculorum ſumma, hoc eſt, tempore ipſo finito.

COROLLARIUM 2.

7. Si elementaris vis eadem ſit, aut æqualis, vires finitæ tunc tempuſculorum, ſeu temporum ſequuntur rationem.

COROLLARIUM 3.

8. Si elementaris vis ſit $= e$, erit elementaris vis

Digitized by Google

vis quantitas, ſeu actio = edt, ſitque numerus tempuſculorum elementarium = ndt; ſiquidemque N numerum ferè infinitum deſignet, erit finitæ vis quantitas = $Ndte$.

DEFINITIO 6.

9. Facultas, ſive Potentia, quam ſibi comparant corpora ab externa vi impulſa, quave objecta obſtacula poſſunt impellere, *Motus* dicitur, ſeù *Motio* juxta Leibnitium.

SCHOLION 1.

Hujuſmodi *Motionis* quantitas jamdudum magnis quidem laboribus quæſita eſt ubique gentium, ipſamque motionem Leibnitius, ejuſque genuini Sectatores *Vim Vivam* vocant; eamque nonnulli impetum dicunt, motum, atque momentum; Adſunt autem, ut in præfatione diximus, qui inanibus aliis effectibus vis vivæ nomen immerito tribuere non ambigunt; Sic inter Carteſianos quamplurimi vim vivam appellant potentiam, quæ motum, & velocitatem in corpora inducit, eo fortaſſis argumento, quod Leibnitio mortua vis ſit juxta eorum opinionem, quæ motum nullum excitat, ſed preſſionem tantummodo, ſeù niſum quemdam, & inclinationem ad motum; hinc ab expoſito problemate nullo ſe negotio expedire mi-

rum non eſt; Cum enim effectus cauſis ſuis ſint proportionales, vis viva velocitatis ſui effectus rationem procul dubio ſervabit.

Nihil hic de ea opinione addam, quam Lebnitianæ ſententiæ Principibus communem putant, opinatos ſcilicet fuiſſe, ajunt, *Vim Vivam* poſt impreſſam corpori celeritatem eidem tandem accedere, illamque non tamquam effectum, ſed veluti attribbutum quoddam neceſſarium comitari.

Quid dicam de vi illa media P. Ricati a potentia externa corporibus in motu jam conſtitutis communicata, quæ nec mutationem parit, nec deſtruit; ſed ſemel illatam conſervat, donec contraria vis non adveniat, & quam ſub vis vivæ nomine indigitari voluit? cujus conſectarium, non autem effectus ſit motus, aut velocitas, ne deducatur *Vis Viva* velocitati ſimplici proportionalis; Inertiam certè novo donaſſe vocabulo viſus eſt; Eccquis non videt, allatam P. Ricati definitionem communi Mathematicorum opinioni adverſari? Phiſici enim omnes conveniunt *Inertiæ Vim* corporibus extrinſecus minime advenire, ſed eiſdem eſſentialiter ineſſe, eamque nec ad motum tendere, neque ad quietem; ſed ad utrumque eſſe prorſus indeterminatam.

Quid de Bernovilliana ſubſtantia formali, quam nec intelliget quidem Peripatheticorum Princeps?

Ju-

Juxta iſto um itaque Mathematicorum opinionem ab ipſa motus quantitate diffident quidem vires vivæ: quo ſenſu Dominus Zanottus ſuperfluas in univerſo eas demonſtrare ſtuduit, cum vis motum producens, ac deſtruens, & vis inertiæ, qua corpus omne in ſtatu ſuo perſeverat, explicandis Naturæ phænomenis ſatis, ſuperque ſufficiant; Qua fronte tamen demonſtrationem illam ex Naturæ ſimplicitate elicit Dominus Zanottus, qui acriter adverſus inconcuſſum illud principium ſcripſit in eademet diſſertatione de viribus vivis?

Jam verò ex iis, quæ apud Leibnitium, ac priſtinos ejuſdem diſcipulos habentur apertè colligitur, *Vim Vivam* de qua nobis ſermo eſt, impetum eſſe illum, ſeù motus momentum a corpore moto adquiſitum, quo hos, aut illos effectus edit, in obvia præſertim corpora impingendo, nec ab ipſa motus quantitate differre, & inde; quod effectus illos rationem quadratorum velocitatum conſtanter ſequi, & initis ratiociniis, & inſtitutis experimentis perſuadebantur; *Virium Vivarum* ſeù motus quantitatis menſuram ex eadem ratione æſtimandam ſtatuerunt; En Leibnitii verba in *act. erud.* anno 1695. p. 146.

„ Vim ergo derivativam, qua ſcilicet corpora actu in ſe invicem agunt, aut a ſe invicem patiuntur, hoc loco non aliam intelligimus, quam quæ motui locali ſcilicet cohæret, & viciſſim ad mo-

motum localem porrò producendum tendit; nam per motum localem cætera phænomena materialia explicari poſſe agnoſcimus; motus eſt continua loci mutatio, itaque tempore indiget; mobile tamen in motu exiſtens, ut in tempore habet motum, ita in quovis momento habet velocitatem; velocitas ſumpta cum directione Conatus appellatur; Impetus autem eſt factum ex mole in velocitatem, ejuſque adeo quantitas eſt, quod Carteſiani appellare ſolent quantitatem motus, ſcilicet momentaneam; tametſi accuratiùs loquendo ipſius motus, quippe in tempore exiſtentis, quantitas ex aggregato impetuum durante tempore in mobili exiſtentium (æqualium, inæqualiumque) in tempus ordinatim ductorum naſcatur; Nos tamen cum ipſis diſputantes ipſorum loquendi morem ſecuti ſumus. Quin etiam quemadmodum (non incommodè ad uſum loquendi doctrinalem) ab acceſſu jam facto, faciendove diſtinguere poſſumus acceſſionem, quæ nunc fit, tamquam incrementum acceſſus, vel elementum, aut quemadmodum deſcenſionem præſentem a facto jam deſcenſu, quem auget, diſtinguere licet,ità poſſemus præſentaneum, ſeú inſtantaneum motus elementum ab ipſo motu per temporis tractum diffuſo diſcernere, & appellare Motionem, atque ita quantitas Motionis dicetur, quæ vulgò motui tribuitur. Et quamquam

in

in verbis faciles ſimus poſt interpetrationem habitam, antea tamen nos in iis curioſos eſſe oportet, ne ambiguitate decipiamur; Porrò ut æſtimatio motus per temporis tractum fit ex infinitis impetibus, ita viciſſim impetus ipſe, (etſi res momentanea) fit ex infinitis gradibus ſucceſſivè eidem mobili impreſſis, habetque elementum quoddam, quo nonniſi infinities replicato naſci poteſt. Hinc vis duplex; alia elementaris, quam & mortuam appello, quia in ea nondum exiſtit motus; ſed tantum ſollicitatio ad motum; alia verò vis ordinaria eſt cum motu actuali conjuncta ex infinitis vis mortuæ impreſſionibus continuatis nata, quam voco vivam, ut eſt vis, quæ naſcitur a gravi jam aliquandiu cadente. „

Allucinantur itaque Leibnitii ſectatores quamplures, qui duo virinm genera corporibus in motu jam conſtitutis tribuunt; quarum unam velocitatis quadrato proportionalem vim vivam vocant, alteram verò motum appellant, quæ ſimplicis velocitatis rationem ſequi ultró concedunt; adeoque, & Zanottus, qui vires vivas juxtà Leibnitium arbitratus eſt impreſſo corporibus motui accedere.

SCHOLION 2.

Notandum hic tamen eſt Phiſicos nonnullos adeſſe, qui de viribus vivis agentes, quamquam mo-

motus quantitatem ex velocitatibus ſimplicibus ſupputandam velint, vim vivam tamen appellant *Vim* illam, ſeù *Potentiam*, quæ motum in corpora actu inducit; cum cæteroquin vis viva dicenda potiùs ſit juxtà eorum principia illa motus quantitas, quam potentia corporibus communicat. Adverſantur itaque ſibimetipſis; En Petrus de Martino, qui cap. 3. §. 203. phiſ. natur. cum vim vivam appellet illam, quæ motum in corpora inducit, ut eſt Gravitas in corpora liberè deſcendentia agens, §. 213. inde aſſerit quæſitum eſſe a Philoſophis utrum motus quantitas æſtimanda ſit ex velocitate ſimplici, an verò ex ejuſdem quadrato.

SCHOLION 3.

Notandum denique, quod quemadmodum mutatio aliqua, quæ effectus dicitur Potentiæ, a qua producitur, poteſt & ipſa cauſſa appellari mutationum ab ea productarum, ita motus, ſeu vis viva, quæ externæ vis effectus vocatur, poteſt jure, meritoque optimo cauſſa appellari effectuum, quos & ipſa producit, adeoque vis nomine donari. Patet itaque cauſſarum, & effectuum nomina, adeoque virium, atque motuum eſſe reſpectiva.

COROLLARIUM.

10. Quoniam vis elementaris ac elementaris motus, ſeu, ut Leibnitius, impetus eadem ſemper

per remanent ſingulis omnibus elementaribus tempuſculis; Spatiola itaque ſingulis elementaribus tempuſculis deſcripta, quæ *Elementaria Spatiola* nuncupantur, temporum rationem ſequuntur, aut velocitatum; Si velocitas igitur ſit $= u$, ſpatiolum erit $= udt$.

AXIOMA METAPHISICUM.

11. Effectus rationem habent compoſitam ex cauſſis, atque temporibus, quibus cauſſæ egerint, dummodo hæ ſemper eædem, atque immutatæ remaneant integris illis temporibus, quæ conferuntur; dummodo nimirum cauſſæ nec incrementa adquirant, neque decrementa.

SCHOLION.

Hoc tamen negant, & quidem jure Leibnitiani in virium determinatarum quantitate ſupputanda; tunc enim, ajunt, effectus cauſſis tantum eſſe proportionales.

COROLLARIUM.

12. Cauſſæ itaque ſunt ut effectus directè, ac tempora inversè.

THEOREMA I.

13. Motuum quantitates in motu retardato

 con-

conſumptæ obſtaculorum ſuperatorum quantitatibus ſunt proportionales ; Id ultrò concedunt Leibnitiani ; negant tamen Carteſiani nonnulli.

THEOREMA 2.

14. Motuum quantitates a corporibus verſus tellurem liberè deſcendentibus ſibi comparatorum in fine quorumvis finitorum temporum, ſeu ultimis elementaribus tempuſculis, ſunt ut ſimplices velocitates in fine eorumdem temporum adquiſitæ.

SCHOLION 1.

In motus quantitate ſupputanda omnium Phiſicorum veſtigia ſequutus ſum, qui legibus a gravitatis actione deſumptis motus corporum in ſe invicem agentium ſupputant; motum enim a gravitate communicatum perfectè analogum putant motui ab impingentibus corporibus producto.

SCHOLION 2.

Animadvertendum heic ſedulò eſt, nobis inquirendam non eſſe ſummam motuum omnium, quos datis temporibus finitis corpus adquiſivit; ſed quantitatem tantum incrementorum omnium, quæ corpus ſingulis tempuſculis ſibi comparavit;

mo-

motus nimirum quantitatem, quam in fine cujuſvis temporis habet.

DEMONSTRATIO 1.

15. Quoniam ex §. 8. potentiæ actionis quantitas, quæ elementari tempuſculo $d\,t$ agit, eſt $=\ e\,d\,t$; ſiquidemque velocitas ab actione $d\,t\,e$ genita ſit $=\ u$, corporiſque maſſa per M deſignetur, erit motionis quantitas, ſeu motus ab elementari vi producta $=$ M u; conveniunt enim Mathemathici, quod elementaris motus, tempore ſcilicet admodum parvo genitus, ſit ſimplici velocitati proportionalis; quippe qui vi mortuæ æqualis; Actionis quantitas itaque cum ſit æqualis quantitati effectus, erit $edt =$ Mu; Actionis autem quantitas quæ duobus tempuſculis $=$ $2\,d\,t$ agit, eſt $=\ 2\,e\,d\,t$; adeoque motus quantitas ab actione $2\,e\,d\,t$ producta æqualis ſit oportet 2 M u; Quantitas enim motus debet eſſe actionis quantitati æqualis; Jam vero $e\,d\,t$ erat $=$ Mu; ut motus itaque quantitas ab actione $2\,e\,d\,t$ genita ſit $=$ ipſi $2\,e\,d\,t$, motus Mc ducatur per 2. opus eſt; Si verò potentia e agat tribus elementaribus tempuſculis erit $3\ e\ d\ t =\ 3$ M u; Si tempuſculorum itaque numerus, quibus potentia, ſeu vis e agit, ſit $=\ n$ erit $n\,e\,d\,t =\ n$ M u; adeoque ſi N ſit ferè infinitus, N $e\ d\ t$ tunc actionis

finitæ quantitatem deſignabit §. 8., & N u M motus finiti quantitatem a finita actione N edt geniti ; Siquidem igitur finitæ actionis quantitas, hoc eſt, N edt ſit = E & N u ſit = V, erit E = M V, motus ſcilicet quantitas ultimo elementari tempuſculo adquiſita = maſſæ in velocitatem illo tempuſculo a corpore ſibi comparatam ductæ. Motus itaque ex maſſa, & ſimplici velocitate ſupputandus.

DEMONSTRATIO 2.

16. Quoniam §. 15. $e\,d\,t = M\,u = M\,dV$, erit itaque $e\int dt = M\int dV$ *h. e.* e T = M V *h. e.* E = M V.

DEMONSTRATIO 3.

17. Effectus ſunt cauſſis adæquatè proportionales, §. 11., Motus ſunt gravitatis ictuum effectus, qui temporum ſervant rationem. Motus itaque quantitates temporibus, aut velocitatibus ſunt proportionales.

DEMONSTRATIO 4. *Fig.* 1.

18. Sit triangulum A B C, cujus ſingulæ æquales particulæ B m, m r &c. exibeant elementa-

res

res potentias , ſeù vires , aut velocitates elementares , aut elementaria tempuſcula ; Linea autem *m n* repreſentet motus quantitatem ab elementari potentia primo elementari tempuſculo productam ; Lineæ *r u*, *s t* &c. tunc equidem deſignabunt motus quantitates reliquis elementaribus tempuſculis genitas ; Motus enim in fine temporum B *r*, B *s* &c. ſunt quarti proportionales quantitatum B *m*, *m n*, B *r*, & B *m*, *m n*, B *s* &c. Motus autem ſingulis elementaribus tempuſculis adquiſiti ſunt , juxta Leibnitianorum ſententiam , ut ſpátiola ipſa elementaria a corpore percurſa ; hæc autem perpendicularium *m n*, *r u*, *s t &c.* ſequuntur rationem, quæ proportionales ſunt lineæ AB particulis B*m*, *m r*, *r s &c.* ex Geometria; Motus itaque tempuſculo *r s* a corpore adquiſitus, eſt ad motum tempuſculo *s* A productum ut *s t* ad A C, *h. e.* ut B *s* ad B A ; adeoque motus in fine quorumvis temporum a corporibus ſibi comparati ſunt ut potentiæ , ſeù vires , vel ut velocitates, aut tempora .

SCHOLION.

Notandum tamen velim , quod triangula *s* B *t*, A B C motus quantitates in fine temporum B *s*, B A adquiſitas minimè exhibent , quas inquirunt Mathematici ; ſed motuum omnium ſummas oſtendunt integris illis temporibus adquiſitorum .

DE-

DEMONSTRATIO 5.

19. Quoniam motus quantitates ſunt ut velocitatum quadrata, aut temporum; ſpatiorum idcircò ſequuntur rationem, quam ſervet etiam oportet potentiæ, ſeú gravitatis actio. Equalibus igitur temporibus inæqualem actionis quantitatem exerit gravitas. Quod univerſali Mathematicorum ſententiæ repugnat, ac hypotheſi adverſatur; Quantitates autém motus in fine temporum *Bs*, B A, adquiſitæ deberent per triangula *s*B*t*, A B C, repreſentari. Quod Schol. §. 18. repugnat, atque præſenti demonſtrationi.

DEMONSTRATIO 6. *Fig.* 2.

20. Singulæ lineæ A B æquales particulæ A *m*, *m n*, *n o* &c. repreſentent ſingula elementaria tempuſcula. Jam verò ſi gravitas primo elementari tempuſculo A *m* motus quantitatem A *r* communicet corpori deſcendenti, ſecundo tempuſculo *m n* communicabit quidem quantitatem motus *m s*, & reliquis tempuſculis *n o* &c. motus quantitatem *n t* &c. Potentia enim agens, gravitas nimirum, eadem ſemper ſupponitur, ac tempuſcula æqualia ſunt; idque non negant Domina du Chaſtellet, ac Hermannus cum Leibnitianis, ut inferius patebit §.66.67. Motus itaque quan-

quantitas a corpore integro tempore A*o* adquiſita erit = Summæ motuum omnium A *r*, *m s*, *n t*; rectangulo nimirum A *t*; motus verò quantitas tempore A B a corpore ſibi comparata erit = rectangulo AD. Motus igitur tempuſculis *n o*, *f* B h. e. in fine temporum A *o*, AB adquiſiti erunt ut rectangula A *t*, AD, ut tempora ſcilicet, aut velocitates; Rectangula enim quæ æquales habent baſes, ſunt ut altitudines. Motus itaque velocitatum ſimplicium rationem ſequuntur.

DEMONSTRATIO 7.

21 Ore unanimi quidem fatentur Mathematici omnes, quod corpus eadem ipſa velocitate ſurſum projectum, quam ſibi in fine deſcenſus comparaverat, ad eaſdem adſcendat altitudines, unde deciderat, omnemque tunc ammittat motum; Quantitas itaque motus, quam in fine deſcenſus corpus acceperat, facilè innoteſcet; huic enim æqualis eſt motus quantitas in adſcenſu conſumpta. Sed hæc ex §. 13. obſtaculis ſuperatis eſt proportionalis, quæ temporum, aut velocitatum ſequuntur rationem; Obſtacula enim ſunt geminati gravitatis ictus, quæ corpus adſcendens verſus tellurem jugiter trahit. Motus itaque quantitas in adſcenſu conſumpta, quantitas ſcilicet motus in fine deſcenſus adquiſita, tempori proportionalis eſt, aut ſimplici velocitati.

SCHO-

SCHOLION

Ex dictis patet, quammaximè eos allucinari, qui obſtacula a corpore adſcendente ſuperata ſpatiis percurſis volunt proportionalia; Hi enim aut ſupponant oportet reſiſtentias a corpore acceptas a deſcriptis ſpatiis productas potius, quàm a gravitatis impulſibus; aut hujus actionem ſpatiorum potiùs ſequi rationem, quàm temporum. Quod comuni Phiſicorum opinioni adverſatur, atque ipſorum principiis.

Animadvertendum heic tamen eſt, reſiſtentias in motu retardato ab elaſtris, vel a materia quacumque productas, ipſorum elaſtrorum compreſſorum rationem, vel materiæ cujuſvis motæ, aut translatæ habere; adeoque conſumptorum motuum quantitates ſupputari tutò poſſe ex ipſa elaſtrorum compreſſorum, vel materiæ translatæ quantitate; Tunc enim elaſtra ipſa, ac ipſa materia corporis motui reſiſtunt. Repugnat itaque quadruplum elaſtrorum numerum comprimi poſſe velocitate dupla, vel quadruplam materiæ quantitatem moveri, ac transferri, & tempore duplo; argumento ex ſpatiorum motu retardato a gravitate deſcriptorum ratione deſumpto. Quamvis enim corpus dupla adſcendens velocitate quadruplum ſpatium percurrat, ac tempore duplo; duplum tamen obſtaculorum nume-

me-

merum ſuperat ; Quoniam autem decrementa , quæ corpus accipit , ſunt gravitatis impulſibus , adeoque temporibus proportionalia ; dupla idcircò velocitate poteſt corpus adſcendens quadruplum ſpatium deſcribere ; ac tempore duplo . In compreſſione verò elaſtrorum obſtacula ſuperata cum ſint elaſtra ipſa compreſſa , duplum tantum elaſtrorum numerum juxtà Leibnitium , qui tempus a virium determinatarum menſura penitus excludit , comprimat motus duplus oportet , & juxtà Carteſianos quadruplo quidem minorem numerum , ac tempore duplo minori . Quod alia demonſtratione inferiùs confirmabimus §.141.142.

DEMONSTRATIO 8.

22. Quoniam juxtà Leibnitianorum opinionem motus in fine cujusvis temporis adquiſiti velocitatum quadratorum rationem ſequuntur ; Motus igitur quantitas tempore ſextuplo a corpore ſibi comparati erit = *36*. Jam verò idem corpus motu *36*. ſurſum projectum eodem deſcenſus tempore idem ſpatium *36*. emetietur ; motus verò jacturæ erunt = *6*. Illæ enim jacturæ a geminatis gravitatis ictibus oriuntur , qui temporum rationem ſequuntur ; In fine igitur illius temporis remanet adhuc motus quantitas = *30*. qua ad majorem quidem altitudinem , unde decide.

 rat ,

rat , poteſt corpus adſcendere , ac tempore diuturniori ; Quod eſt abſurdum .

DEMONSTRATIO 9.

23. Spatia percurſa juxtá Leibnitianorum opinionem ſunt motuum effectus adæquati , qui juxtà eorumdem principia ſunt cauſſis proportionales . Motus itaque in fine quorumvis temporum adquiſiti ſunt uti ſpatiola in fine illorum temporum deſcripta : Quæ cum ſint ut velocitates §. 10. , erunt itaque , & motus ut velocitates .

DEMONSTRATIO 10.

24. Siquidem motus quantitas per abſciſſam curvæ parabolicæ deſignetur , velocitates procul dubio , juxtà Leibnitii ſententiam , aut gravitatem exhibebunt ſemiordinatæ . Effectus itaque poſſunt eſſe cauſſis majores , vel minores ; aut gravitatis actio , ut §. 19. oſtendimus , eadem ſemper , atque conſtans non eſt . Quæ abſurda non intelliget , niſi qui fuerit ratione penitus expers.

Operæ pretium nunc poſtulat, ut præcipuarum rationum momenta expendamus , quæ Leibnitium , ejuſque ſectatores rapuerunt ad conſtituendum *Vires Vivas* ſeú *Motus* quantitates ex maſſa

maſſa , & velocitatis quadrato eſſe ſupputandas, futileſque Carteſianorum objectiones, ac demonſtrationes refellere.

En potiſſimum Leibnitii argumentum.

25. Quoniam corpora e quiete decidentia vires adquirunt, quibus ſurſum projecta ad eaſdem altitudines, unde deciderant, poſſunt adſcendere; vires vivæ itaque ſpatiorum deſcriptorum rationes ſequantur oportet; Inconcuſſum enim, ait, eſt apud Metaphiſicos, effectus eſſe cauſſis adæquate proportionales: Motuum autem effectus ſunt ſpatia percurſa, quæ ut Galileus docet, velocitatum quadratorum ſervant rationem. Motus itaque quantitates eiſdem velocitatum quadratis proportioneles ſint oportet.

Addunt Leibnitii Sectatores.

26. Quamplurimis conſtat experimentis, quod idem grave corpus decidens a diverſis altitudinibus in horizontale obſtaculum argilla, vel molli creta conſtratum, foveas ibi produxerit altitudinibus, unde illud grave corpus deſcendiſſet, proportionales; Motuum autem effectus cum ſint foveæ illæ; Motus itaque ſunt ut altitudines. Quadratorum igitur velocitatum ſequuntur rationem.

Adferamus nunc Poleni, & sGraveſandii experimentum, quo Leibnitianam virium menſuram confirmare arbitrantur.

27. Sint duo globi A & B magnitudine æquales, at inæquales pondere, ac in ſubjectum ſævum ex iis altitudinibus demittantur, quæ reciprocam ſervent ipſorum ponderum rationem; adeoque ſi pondera fuerint ut 4. ad 1. altitudines ſint reciproce ut 1. ad 4. Deprehenſum eſt foveas ab his decidentibus globulis imprimi adcuratiſſime æquales: Sunt verò hæ foveæ motuum ipſorum effectus adæquati. Corporum itaque motuum, quibus illæ foveæ excavantur, æqualitas liquido fluit; at ſi motus quantitas ex maſſa & velocitate ſimplici ſit æſtimanda, eadem motuum quidem non manebit æqualitas; Nam cum velocitates decidentium corporum ſint, ex gravitatis theoria, in ſubdûplicata altitudinum ratione, erit velocitas corporis A $= \sqrt{1}$., & velocitas corporis B $= \sqrt{4}$. adeoque facta ex velocitate & pondere utriuſque erunt $4\sqrt{1}$, $1\sqrt{4}$ h. e. 4. & 2, quæ æqualia certe non ſunt; Siquidem verò motus æſtimentur per factum ponderis in velocitatis quadratum, ſeù in ipſam deſcenſus altitudinem, erunt motus quantitates ut 4. 1, 1. 4, quæ æqualia producta ſunt.

28. Allatis argumentis ſuam confirmant ſenten-

ten-

tentiam Carteſiani; Obiciunt enim effectus tunc eſſe cauſſis proportionales, quando tempora, quibus cauſſæ egerint, æqualia ſunt. Quibus inæqualibus effectus rationem compoſitam habeant opus eſt, ex cauſſis, atque temporibus; adeoque cauſſæ ſint ut effectus directè, ac tempora inverſe. Motus itaque ſunt in exemplo Leibnitiano, ut ſpatia directe, ac tempora inverſe; tempora enim ſunt inæqualia. Quoniam verò ſpatia percurſa ſunt ut velocitatum quadrata; velocitates verò temporum rationem habent; Motus igitur rationem compoſitam ſervant ex velocitatum quadratis directe, ac velocitatibus ipſis inverſe. Sunt ergo ut ſimplices velocitates.

29. Et quoniam tempora, quibus foveæ a corpore ex altitudinibus diverſis delapſo excavantur, ſunt inæqualia, & velocitatibus proportionalia. Motus ergo erunt ut altitudines dire. ᴄte, ac tempora inverſe. Sunt itaque ut velocitates.

30. Cum autem in experimento a Poleno adducto velocitates ſint temporibus reciprocè proportionales, quibus foveæ excavantur; motus verò ſint ut effectus directè, ac tempora inverſe. Erunt itaque ut foveæ directe, ac tempora inverſe; cumque foveæ ſint æquales, inverſam tantum temporum rationem ſequuntur; ſunt nimirum ut velocitates directè.

31.

31. Quamquam ſpecioſa iſta argumenta a Carteſianis, ac Nevvtonianis allata invictiſſima viſa ſint nonnullis Cl. quidem Viris, qui Leibnitii, ac Sectatorum demonſtrationum vim totam, atque robur convellere illam temporum objectionem authumant; perquam futilia tamen rudi meo ſaltem ingenio, atque inania quidem videntur nedum argumenta illa, quæ a Leibnitianis proponuntur, ſed quæ etiam contra horum opinionem adferuntur a Carteſianis; valdeque miror, quod Celeberrimi cæteroquin Viri Philoſophi in præmiſſis concordes, diſſentiant tamen contra rectas Logicæ regulas, ac leges in concluſione, quodve præmiſſis repugnet utraque concluſio; Conveniunt enim Leibnitiani, & Carteſiani, quod ſpatia percurſa ſint motuum effectus, quodve effectus æqualibus temporibus geniti ſint cauſſis proportionales; inferre tamen non dubitant Leinbitiani, quadruplo motu ſecundo deſcenſus tempore adquiſito triplum tantum ſpatium a corpore deſcribi, ac idem ſpatium duplo motu percurri docere audent Carteſiani. Si ſpatium itaque ſecundo deſcenſus tempore deſcriptum triplum ſit, triplus ſit motus oportet juxtà eorum principia; Sin verò quadruplus ſit motus, aut duplus, quadruplum ſit opus eſt, aut duplum ſpatium ſecundo tempore deſcriptum.

32. Jam verò conveniunt Leibnitiani, quod ef-

effectus in motibus retardatis ſint obſtacula ſuperata ; hæc autem in motu a gravitate retardato non ſunt deſcripta ſpatia, ſed, ut §. 21. adnotavimus, geminati ipſius gravitatis ictus, qui temporum, aut velocitatum ſequuntur rationem.

33. Profectò inconcuſſum eſt apud Phiſicos, totam potentiæ actionem, cui ſemper æqualis eſt effectus, æſtimari quidem poſſe ex obſtaculi magnitudine, ac ejuſdem velocitate; idque confirmat Muſſchembroek tom. 1. elem. phiſ. §. 161. Cum itaque idem globus e diverſis decidens altitudinibus foveas imprimat altitudinibus adcurate proportionales; cumque velocitates ipſæ in fine deſcenſus adquiſitæ ſint in ratione altitudinum ſubduplicata, erunt, & obſtaculorum velocitates, materiæ nempe translatæ in eadem ſubduplicata ratione. Integra igitur potentiæ actio, motus nimirum quantitas, rationem habet compoſitam ex velocitatum quadratis, & ex ipſa velocitate h. e. rationem velocitatis triplicatam ſequitur.

34. Et quoniam in experimento a Poleno adducto obſtacula ſuperata æqualia ſunt. Potentiæ itaque actio, h. e. motus quantitas velocitatis tantum rationem ſervat.

35. Porrò juxtà Carteſianos effectus rationem compoſitam habent ex cauſſis, atque temporibus, cumque foveæ æquales ſint; facta itaque ex moti-

tibus per tempora reſpectiva, æqualia quoque ſint oportet. Quod tamen a Carteſianorum principiis minimè obtinetur; Tempora enim, quibus foveæ æquales excavantur, ſunt ut velocitates inverſe; h. e. in ſubduplicata altitudinum ratione inverſa, in præſenti nimirum in ſubduplicata maſſarum directa ratione; motus autem ſunt ut maſſæ conjunctim, ac velocitates. Sunt itaque ut 4 & 2. h. e. ut 2 & 1. tempora verò ſunt ut 2. & 1. in reciproca nempe velocitatum ratione. Foveæ itaque juxtà Carteſianos ſint oportet ut 8. & 2. ſeu ut 4. & 1. æquales igitur non ſunt.

36. Jam verò ſpatium tempore quovis finito deſcriptum dividatur in elementaria ſpatiola: motus tunc quantitates ſingulis elementaribus tempuſculis impenſæ juxtà Carteſianorum opinionem ſpatiolorum tantùm rationem ſequuntur; quamvis motus rationem compoſitam habeant ex effectibus directe, ac tempora inverſe; Elementaria enim tempuſcula æqualia ſunt. Integra autem motus quantitas amiſſa æqualis erit ſummæ decrementorum omnium; adeoque omnium ſpatiolorum. Motus itaque erunt ut ſummæ ſpatiolorum, ut ipſa ſcilicet ſpatia finita; adeoque ut velocitatum quadrata, & quoniam ſpatium primo adſcenſus tempore percurſum velocitate dupla, eſt triplum, tripla ſit oportet motus quanti-

titas amiſſa. Integra itaque motus quantitas eſt quadrupla; adeoque velocitatis quadrato proportionalis.

37. Porrò motus jacturæ ſunt reſiſtenſiis proportionales, quæ rationem compoſitam habent ex obſtaculorum quantitate, ac temporibus, quibus ipſa obſtacula in corpus motum aguat. Motus itaque quantitates amiſſæ ab eodem globo foveas imprimente altitudinibus, unde deſcenderat, proportionales, rationem habent velocitatum triplicatam.

38. Eccquis non videt abſurda illa ex eo oriri, quod nempè adæquatos motuum effectus ſupponant tum deſcripta ſpatia, tum fovearum profunditates? Profectò allucinantur, qui rectam motuum æſtimationem nullo negotio ab experimentis obtineri poſſe opinantur. Phyſici enim effectus vocabuli nonniſi confuſiſſimam habent ideam, qui effectum judicant perſæpe, quod ab eo longe admodum diſſidet. Quare ut omnem erroribus aditum præcludant Metaphyſicam conſulendam jubent nonnulli; ut adcurata effectus notio adquiratur. Sed quid inde? Incertus ſemper hæreat oportet Phyſicus in experimentis; confuſa enim ſemper erit Phyſico effectus notio. Jamverò *cauſſam* vocant Metaphyſici *id, quod ad alterius exiſtentiam, vel productionem confert, & ad ipſum producendum requiritur*; *effectus verò no-*

mine id intelligunt, quod aliqua ratione a cauſſa pendet, atque ab illa producitur, id ſcilicet, quod ſequitur poſita cauſſæ actione, quodve abeſt eadem remota. Quoniam verò aliqua agente cauſſa, oriuntur tunc in natura cum effectibus innumeræ proprietates, modi, relationes, qualitates, & affectiones, ad quorum exiſtentiam nihil quidem confert illius cauſſæ actio, ſed ea ſecum trahunt effectus ipſi ob vim quamdam eſſentialiter inſitam. Ea omnia id circò ut effectus perſæpe accipiuntur ab incautis nonnullis, quæ effectus reapſe non ſunt; idque Leibnitianis accidiſſe nemo non videt, qui ſpatia a corpore deſcendente deſcripta, ac fovearum profunditates motuum effectus præcipitanter adpellant. Sed quid quæſo agunt corpora adſcendentia, aut foveas producentia? gravitatis ictibus obſiſtit corpus ſurſum projectum; adeoque motus quantitas amiſſa a gravitatis impulſibus eſt equidem repetenda; Corpus autem decidens materiæ particulas tantum removet, h. e. motum in particulas excitat, quæ inertiæ vi motum certè ſervaſſent, niſi eum externa potentia conſumſiſſet. Unde tota corporis actio in eo ſita eſt, quod ſcilicet motum materiæ particulis communicet; Hujus autem motus quantitates impenſæ ex reſiſtenſiis a materia ipſa productis, quæ rationem habent compoſitam ex denſitate materiæ,

ac

ac temporibus, quibus materiæ particulæ in corpus agunt, poſſunt tutius æſtimari. Jam verò quoniam æque denſa ſupponitur materia illa; adeoque & æquabiliter reſiſtens; motus itaque jacturæ temporibus ſunt proportionales.

39. Spatia autem deſcripta velocitatum potius effectus, quam motuum dicenda ſunt; Id enim unde intelligitur; cur majus, vel minus ſit ſpatium percurſum, major, vel minor velocitas eſt. Velocitates itaque, juxtà Leibnitium ſunt ut velocitatum quadrata; juxta Newtonianos verò velocitas duplo tempore adquiſita tripla ſit oportet; Corpus enim adſcendens primo tempore triplum ſpatium deſcribit; Siquidem autem duo globi ejuſdem magnitudinis, ſed ponderis inæqualis decidant ex eadem altitudine, eamdem ſibi comparant velocitatem, qua ſurſum projecti eadem ſpatia deſcribent, ac tempore æquali; quamvis motus quantitas ſit inæqualis. At diverſam reſiſtentiarum quantitatem ſuperant, & motus quantitati proportionalem; Inæqualem enim gravitatis ictuum numerum deſtruunt, ac materiæ quantitati proportionalem; Namque gravitas agit in ratione maſſarum, ac temporum; Ipſiſſimi verò illi globi ſiquidem contra elaſtrorum ſeriem impellantur; inæqualem certe elaſtrorum numerum compriment, ac diverſas fovearum profunditates generabunt. Quoniam verò ju-

juxta Adverſariorum ſententiam cum ſpatia deſcripta, tum fovearum profunditates ſunt adæquati motuum effectus; Spatia itaque motuum rationem conſtanter habeant opus eſt; Quod gravitatis legibus adverſatur; Inæqualia enim corpora æqualibus velocitatibus, motibuſque inæqualibus ſpatia æqualia percurrunt, ac motibus æqualibus ſpatia deſcribunt inæqualia. Globi autem a Poleno relati, qui æquales imprimunt foveas, ad æquales adſcendant altitudines oportet; quod repugnat; Reſiſtentiæ enim, adeoque motus jacturæ, quas argilla, aut quævis alia materia mollis generant, ſuperficierum globorum ſervant rationem. Quare duo obſtaculorum genera ſunt ſedulò diſtinguenda, quorum primum agit in ratione maſſarum, ut gravitas; alterum verò in ratione ſuperficierum globorum, quibus adplicatur, ut elaſtra, argilla, & quævis alia materia; adeoque eadem motus quantitas poteſt diverſos effectus edere; ſiquidem effectus nomine id intelligatur, quod Adverſarii opinantur; neque contemnendum reor diſcrimen, quod inter motum a majori velocitate genitum, ac motus quantitatem a maſſa majori productam occurrit. Sint duo globi A & B, quorum maſſæ ſint 8. & 4. velocitates verò 2. & 4; erunt motus quantitates 16. & 16. h. e. æquales. Hi vero ſurſum projecti inæqualia quidem ſpatia de-

ſcri-

ſcribent, ſed æqualem obſtaculorum, gravitatis ſcilicet iſtuum quautitatem ſuperabunt.

40. Juxtà Newtonianos denique, atque Carteſianos fovearum profunditates ab eodem globo productæ rationem compoſitam conſtanter ſervent oportet ex motibus, atque temporibus; ſint nimirum altitudinibus proportionales, idque ſequatur opus eſt admiſſa Leibnitianorum ſententia; Quod experimentis repugnat, ut infra dicemus §. 44.

Corruunt ergo cum Carteſianorum, tum Leibnitianorum argumenta; Nec ſpatia itaque a corpore decidente deſcripta, nec fovearum profunditates dicenda ſunt motuum, aut velocitatum effectus; Cum præſertim ad foveas producendas aliæ cauſſæ concurrant ut oſtendemus §. 43.

41. Integra autem ſpatia ſchol. §. 17. deſcribuntur ſumma motuum reliquorum ſingulis æqualibus tempuſculis; nobis tamen eſt inquirenda ſumma decrementorum omnium; quod ut clarius intelligatur, ſpatium a corpore deſcendente percurſum aliquantulum meditetur; tunc enim maniſeſtiſſime adparebit; ſpatium illud non incrementorum ſumma, quæ inquiritur, deſcribi; ſed velocitatibus ſingulis æqualibus tempuſculis adquiſitis.

42. Conſentiunt autem Metaphyſici omnes, quod ut effectus rationem compoſitam habeant

ex

ex cauſſis , atque temporibus ; adeoque cauſſæ ſint ut effectus directe , ac tempora inverſe , cauſſæ identitas requiritur, quod cauſſæ nimirum eædem ſemper , atque immutatæ remaneant integris illis temporibus, quæ conferuntur ; quod nempe nec incrementa adquirant , neque decrementa ; idque expreſſe enunciat Petrus de Martino Carteſianæ opinionis celeberrimus propugnator §. 304. Phil. natur. inſtit. t. 1. Claudicant itaque cum Leibnitianorum argumenta , tum Newtonianorum , atque Carteſianorum objectiones ; In ſpatiis enim percurſis, atque in foveis excavatis cauſſa, motus ſcilicet, indeſinenter mutatur.

43. Cæterum experimenta de rerum adparentia tantum fidem exhibent ; minimè verò de earumdem realitate ; hæc enim intellectus objectum eſt. Quamvis itaque quamplurimis experimentis conſtanter deprehenderint Phyſici, quod foveæ a decidentibus corporibus excavatæ fuerint altitudinibus , unde deciderant , proportionales ; hujuſmodi experimenta teſtantur tantum, productas foveas viſas eſſe ad ſenſum altitudinibus proportionales ; In hiſce enim experimentis quam maxima quamvis captis diligentia ſubducuntur equidem ab humana cognitione differentiæ admodum parvæ ; Eccquis autem fidem facit , quod creſcentibus altitudinibus proportio illa con-

conſtans ſemper, atque immutata remaneat, aut inſenſibiles illæ differentiæ ſaltem, ſenſibiles admodum non evadant? Difficillimum autem videtur quidem inveniri poſſe in experimentis conditiones illas, eaque omnia, quæ ad accuratam requiruntur executionem, concurrentibus ſæpiſſime cauſſis extraneis humano intellectui prorſus ignotis; Fateantur autem oportet Leibnitiani, repugnare, ut velocitatum quadrata realiter eſſe ſpatia percurſa; Phyſici enim omnes in ſpatiorum menſura amota ſupponunt, aeris reſiſtentiam, aliaque omnia quæ corporis deſcendentis motum intendere vel remittere poſſint, ac gravitatis vim eamdem ſemper atque conſtantem volunt; ſupponunt etiam in foveis excavatis obſtacula æquabiliter reſiſtentia, atque gravitatis vim removent, quæ contra corpus agit, dum foveas producit, pondus ſcilicet corporis; adeoque ad foveas producendas conferunt cum corporis decidentis motus, tum diverſa obſtaculorum denſitas, tum vis gravitatis. His omnibus itaque eſt tribuenda proportio, quam ſervant fovearum profunditates.

44. Adferri poſſent tandem experimenta, quæ contrarium evincant; Petrus de Martino enim refert, quod idem globus decidens a diverſis altitudinibus foveas produxerit, quarum profunditates erant in ſubduplicata ipſarum altitudinum

ra-

ratione ; Idem obſervavit Merſennus , corpus grave demittens ex variis altitudinibus in libræ ſcapum ; & ope æquipondii ad alterum caput appenſi , ictus magnitudinem explorans ; Ricciolus autem ſtylum infigendo butiro , in cumque ex variis altitudinibus ligneum globum demittendo deprehendit, poſitis altitudinibus ut 1.4.9.16. &c. ſtyli infra butirum depreſſiones eſſe ut numeros 40. 115. 196. 278. &c. juxta Leibnitium vero depreſſiones illæ ſint oportet ut numeri 40. 160. 360. 640. &c. Idem teſtatur, fili immerſiones in aquas ſubduplicatam altitudinum rationem ſervaſſe; & Carteſianam motuum menſuram evincunt experimenta a P. de Lanis relata; nec deſunt experimenta , quæ cum Leibnitii , tum Carteſii ſententiæ adverſantur.

45. Quæ cum ita ſint luce meridiana clarior evadit univerſaliſſima errorum origo , in quos Mathematicos pene omnes rapuit judiciorum præcipitantia , qui rectam virium æſtimationem haberi poſſe crediderunt ex foſſis , quas corpora, e quiete decidentia in obſtacula argilla , vel molli creta conſtrata produxerunt , atque a ſpatiis a corporibus ſurſum adſcendentibus deſcriptis; mendoſe enim arbitrati ſunt cum foſſas excavatas , tum ſpatia inæquabili motu percurſa adæquatos motuum effectus .

Audiamus quæſo Dominum de Mairan, qui

n. 30.

n. 30. diſſert. de juſta motuum æſtimatione proportionem inter velocitates, & ſpatia percurſa ſtudet evincere, en ejus verba.

46. *Conſiderando il rapporto delle velocitá di due corpi* A *e* B, *le di cui velocitá ſiino come* 2. *e* 1. *allor quando cominciano a muoverſi; L'uno dovrebbe percorrere* 4. *pertiche, e l' altro* 2, *e l' avrebbono infatti percorſe; ſe non oſtavano l' impulſioni contrarie della gravitá, che in tempo eguale tolgono una pertica dallo ſpazio di ciaſcuno, e riducono per conſeguenza quello del corpo* A *a tre pertiche, e quello di* B *ad una pertica*: *Per meglio ſentire la veritá di queſta propoſizione ſuddividiamo il grado di velocitá, ed il tempo in un numero qualunque di parti; Or ſe in luogo di* 2, *e* 1. *noi prenderemo* 8, *e* 4. *ſi avranno negli otto iſtanti di* A *li ſpazii percorſi* 15. 13. 11. 9. *&c., e ne' quattro iſtanti di* B *li ſpatii* 7. 5. 3. 1. *di manieracche il mobile* A *percorre da principio* 15. *di ſpazio nella parte di tempo, che il mobile* B *impiega a percorrerne* 7; *locché non diſſeriſce dalla ragione di* 2. *ad* 1. *ſe non di* 1 : 15 *Laddove nel primo caſo diſſeriva di* 1 : 3. *ſe in luogo di* 8., *e* 4. *noi prenderemo* 10. *e* 5; *la diſſerenza non ſará più che* 1 : 19, *e così procedendo ſino all' infinito, quando la diſſerenza ſcompare totalmente; e ſi può dire, che gli ſpazii percorſi ne' primi iſtanti dal corpo* A *ſono puntualmente dop-*

E *pii*

pii degli ſpatii percorſi dal corpo B ; *appreſſo ſaranno più che doppj , perchè il decreſcimento di velocitá accade a i due mobili per una ſerie, o progreſſione aritmetica . Donde ſiegue , ch la relazione geometrica delle velocitá del più grande* A *deve creſcere riſpetto alla velocitá del piú picciolo* B: *ma lo ſpazio percorſo é ſempre proporzionale alla velocità attuale , come ne' movimenti uniformi .*

47. Quænam quæſo eſt pacta proportio inter velocitates a corpore A ſingulis illis tempuſculis adquiſitas , & ſpatia tempuſculis iiſdem percurſa ? erit itaque 1 : 2 = 1 : 3 , 1:3 = 1 : 5 , 1:4 = 1:7 &c. Juxta principia enim Domini de Mairan velocitates ſingulis tempuſculis a corpore A ſibi comparatæ ſunt ut numeri 1, 2, 3, 4 &c. deſcripta tamen ſpatia ut numeri impares 1, 3, 5, 7 &c. At enim ; ſpatia a corporibus A & B ſingulis communibus tempuſculis deſcripta erunt velocitatibus reſpective proportionalia ; idque repugnans equidem videtur ; Quamvis enim in infinitum dividatur, ac ſubdividatur velocitas quævis finita , differentia tamen, quam arithmetica velocitatum progreſſio ſervat , ſubdupla ſemper erit juxtà opinionem Domini de Majran differentiæ progreſſionis, in qua ſpatia percurſa progrediuntur ; Repugnat itaque ſpatium a corpore A primo tempuſculo percurſum accurate duplum eſſe illius , quod corpus B eodem tempuſcu-

ſculo deſcribit ; ſi velocitatum enim , aut tempuſculorum infinita ſeries corporis A ſit x , x-1, x-2 , x-3, x-4 &c. Series velocitatum , aut tempuſculornm corporis B erit x:2 , (x:2)-1 ,(x:2)-2,[x:2]-3,(x:2)-4 &c. Spatium autem a corpore A primo tempuſculo deſcriptum erit= 2x-1; numerus enim terminorum eſt x, ac differentia=2 . Series igitur ſpatiolorum ſingulis tempuſculis a corpore A deſcriptorum erit= 2x-1, 2x-1-2, 2x-1-4, 2x-1-6, 2x-1-8 &c. = 2x-1, 2x-3, 2x-5, 2x-7, 2x-9 &c. Spatia vero a corpore B ſingulis communibus tempuſculis percurſa erunt [2x:2]-1, (2x:2)-3, (2x:2)-5, (2x:2)-7, (2x:2)-9 &c. =x-1, x-3, x-5, x-7, x-9 &c. Quoniam itaque juxta Domini de Mairan opinionem velocitates corporum A, & B, ſunt deſcriptis ſpatiis proportionales erit x:(x:2) =2x-1 : x-1 , erit itaque 1=2, aut 1:2=1

Jam vero ſi 2x-1 ſit=z; ſpatia tunc a corpore A percurſa erunt z, z-2, z-4, z-6, z-8 &c. Spatia vero a corpore B deſcripta erunt [z-1] :2, [z-5]:2, [z-9]:2, (z-13):2, (z-17):2 &c. Erit itaque x:[x:2]=z:([z-1]:2); quod eſt abſurdum; Etenim x:(x:2)=z:[z:2]; Velocitas autem, quam habet corpus A ultimo communi tempuſculo, erit x:2+1 ; velocitas vero corporis B ultimo tempuſculo=1; cumque ſpatia communi illo tempuſculo deſcripta ſint x+1 , & 1.

 Erit

Erit itaque $(x:2+1):1 = x+1:1$. Erit igitur $1:2 = 1$. Eadem ſequuntur abſurda, quæcumque intermedia eligantur tempuſcula.

48. Velocitates autem reliquis communibus tempuſculis adquiſitæ erunt equidem in ratione majori quam 2 : 1; at ex allata demonſtratione inferri nequit, reliqua ſpatiola reliquis percurſa tempuſculis eſſe velocitatibus proportionalia; eſſe nimirum in illa ratione majori, quam ſervant inter ſe velocitates; repugnat autem hujuſmodi proportio; ſi ſpatiola ſint, ut aſſerit Dominus de Mairan, ut numeri impares; Illa enim progrediuntur tunc in continua arithmetica progreſſione, cujus differentia dupla eſt illius, quam ſervant velocitates.

49. Illa denique diviſio, atque ſubdiviſio in infinitum, nil aliud importat, niſi velocitatem finitam in elementares velocitates reſolvere; Ecquis autem ignorat elementaria ſpatiola juxta univerſaliſſimam mathematicorum opinionem, eſſe ut naturales numeros 1. 2. 3. 4. &c. velocitatibus nimirum proportionalia? Allucinatur itaque Dominus de Mairan, qui ſpatiola illa ut numeros impares progredi perperam contendit.

50. Repugnat autem motus cujuſvis, ac finiti ſpatii diviſio in infinitum; Quantitas namque motus unius minuti ſecundi, aut tertii tempore a gravitate communicati æqualis erit motus

quan-

quantitati unius horæ, aut horarum 24. intervallo a corpore adquiſiti; ac ſpatium integra die percurſum æquale erit ſpatio unius minuti tempore deſcripto; Scio tamen adeſſe nonnullos, qui in numeris infinitis dari poſſe arbitrentur infinitos numeros aliis majores, vel minores; Siquidem enim, ajunt, exiſtant in univerſo homines infiniti: oportebit tunc brachiorum numerum eſſe duplo infinitum, cui ſi infinitus oculorum numerus addatur, qui etiam duplo infinitus eſt, orietur numerus quadruplo infinitus, longeque adhuc infinitior erit numerus, qui ex infinito capillorum numero priori numero infinito addito producitur. Addunt; In ſpatio undique immenſum extenſo lineam in infinitum hinc inde productam concipi poſſe nil vetat. Qua facta hypotheſi infinitum in ea linea contineri milliarium numerum nemo ambiget, infinitum quoque ſtadiorum, & pedum numerum; pedum vero numerus major eſt ſtadiorum numero, & hic adhuc major numero milliarium; Et quantitates infinitas dari poſſe conantur evincere, infinitis aliis quantitatibus majores, vel minores; cum nimirum unitates, quæ ſupponuntur infinities repetitæ ſint diverſæ quantitatis; idque geometricis confirmatum argumentis prædicant: ſed æquales eſſe omnes infinitos numeros ejuſdem ſpeciei concedant oportet; repugnare

re nimirum dari poſſe juxta eademet eorum principia infinitum hominum numerum, aut brachiorum, aut oculorum, majorem, vel minorem alio infinito numero eorumdem hominum, brachiorum, & oculorum; infinitum enim numerum eorum principia eſſe oſtendunt, cui nihil amplius ejuſdem ſpeciei addi poteſt, quo nimirum major dari nequit; ac æquales eſſe magnitudines ultrò concedunt, ubi idem ſit in magnitudinibus particularum numerus, ac ſingulæ unius particulæ, æquales ſint, ſingulis alterius particulis. Æquales itaque ſint oportet quantitates, cum unitates, ſeu elementa, quæ infinities intelliguntur repetita eadem ſint, ac ejuſdem ſpeciei; Jam vero, quoniam in motibus omnibus a gravitate productis, ac in quibuſvis finitis ſpatiis a corporibus gravibus deſcriptis, unitas, hoc eſt elementaris qnantitas eadem eſt, ac ejuſdem ſpeciei, eadem ſit itaque oportet motus quantitas unius minuti ſecundi, aut tertii tempore a corporibus ſibi comparati, aut horarum 24. intervallo, ac eadem ſint ſpatia relatis temporibus deſcripta.

51. Quoniam vero, ut effectus quivis producatur in natura, requiritur aliquod tempus; Ut igitur motus elementaris quantitas corpori communicetur, utque elementare ſpatiolum deſcribatur, tempuſculum aliquod finitum impenda-

datur neceſſe eſt, quamvis inſenſibile; nec ulla adeſt ratio, quæ oppoſitum ſuadeat, cum motus tempuſculis elementaribus adquiſitus vel ſit uniformis, vel ſaltem uniformis haberi tuto poſſit; idque confirmat Domina du Chaſtellet §. 309. inſtit. phyſic. en ejus verba. *E poſſibiliſſimo, che i corpi cadendo percorrano un piccioliſſimo ſpatio ſenza accelerare il loro movimento per la ragione, che vi vuole del tempo per produrre tutti gli effetti naturali; Ma ſe ciò é cosí, e impoſſibile che noi ce ne accorgiamo, a cagion della picciolezza eſtrema di queſto ſpazio.*

52. Animadvertendum denique; quod adcuratiores Phyſici Mathematicam partium diviſionem in infinitum extendentes, aptius, rerumque naturæ convenientius phiſicam ſuis cntineri terminis ajunt, hoc eſt, ad ultimas tandem deveniri partes naturæ, vel artis viribus ulterius indiviſibiles. Hanc habuiſſe ſententiam Epicurum, Democritum, & Leucippum refert Simplicius, eamque ſequutos tradunt Gaſſendum, Newtonum, Boerhavium, Deſagulerium, Niewentitium, Hartſockerium; Eamdem habuiſſe ſententiam, ex Sturmio diſcimus, Lucretium, quam deinde ſequuta eſt Philoſophorum præſertim Hiſpanorum turba: Cum eadem denique ſententia conſentiunt, quæ de monadibus docuit Cl. Leibnitius, quas tuentur omnes fere Philo-

ſo-

ſophi recentiores. Quam maxime itaque allucinantur, qui abſtractam illam Linearum diviſibilitatem in infinitum corporibus phyſicis, ac reali extentioni tribuunt; Hi enim imaginaria cum realibus confundunt; quippe qui diſtinta continui ac infiniti notione deſtituti, neſcio quæ phantaſmata ſibi fingunt infiniteſimas, & infiniteſimarum infiniteſimas pro entibus realibus habentes, a quo ipſe *calculi infiniteſimalis* inventor Illuſtris Leibnitius alienus.

53. Jam vero extentio quælibet geometricè conſiderata nullas habet partes determinatas; Cum enim tota extenſionis geometricæ notio in ſola partium coexiſtentium conjunctione poſita ſit, indeterminatus omnino eſt partium illarum numerus; nec extenſionis notionem ingredi debet. Itaque pro arbitrio aſſumi poteſt partium numerus; nempe fingere licet in extenſione aliqua contineri decem, vel mille partes &c. pro ut pars aliqua pro unitate adhibetur; Ita linea aliqua duas continebit partes; Si pars dimidia pro unitate habeatur, decem, vel mille partes habebit, ſi pars decima, vel milleſima uſurpetur pro unitate; Quare cum unitas illa ſit omnino indeterminata; indeterminatus etiam erit partium numerus; quem proinde numerum in ſeriem infinitam abire concipi poteſt; Id tamen omne, quod exiſtit omnimode determinatum eſt;

nec

nec ab hominum arbitrio pendet extentionis realis unitatum , ſeu elementorum numerus : Geometricæ autem demonſtrationes ſupponunt quantitatem aliquam infinitam , infinitam ſcilicet lineam , adeoque ſupponunt infinitum numerum ; quæ quamvis geometrice vera ſint ; phyſice tamen repugnant.

Newtonianorum temporum difficultatem validiſſimis equidem rationibus rejcit Domina du Chaſtellet §. 569. 570. inſtit. phyſ.

54. *Gl' Avverſarii delle forze vive hanno creduto di poterſi ſchermire con riflettere al tempo , il quale , dicon eſſi , ſempre eſſer deve la miſura comune di due forze , che ſi paragonano ; Or il tempo è da conſiderarſi nelle occaſioni , nelle quali durante un tempo più lungo , eſſer vi può un effetto più grande prodotto , come nel moto uniforme ; imperocchè allora lo ſpazio totale percorſo , ch' é il ſolo effetto prodotto , ſará più , o men grande , ſecondocché il moto del corpo ſará continuato per più , o men tempo ; ma un corpo che ha avuto la forza di chiudere un tal numero di molle , o di riſalire ad una tale altezza , non chiuderá mai una maggior quantitá di molle eguali , e non riſalirà mai più alto per quanto tempo v' impieghi : così la forza diſtrutta é ſempre eguale all' effetto , ch' ella há prodotto ; qualunque ſia il tempo , nel quale ella lo há prodotto ; in maniera che per ſuperare una reſiſtenza che é 100. fà ſempre meſtieri di 100.* F *gra-*

gradi di forza , qualunque tempo s' impiegherá a ſuperarla.

55. Huic opinioni me lubenter ſubſcribo; idem enim erit motus ab elementari gravitatis vi unius momenti tempore genitus , aut ſi eadem vis quantitas 20. momentis explicetur ; & majorem ſane motum producet gravitas 20. ictibus unius momenti tempore communicatis illo, quem unico ictu produceret 20. momentis . Sic eamdem motus quantitatem adquirit corpus per plana inclinata deſcendens tempore diuturniori , quam ſibi comparaſſet , ſi verticaliter ab eadem altitudine decidiſſet ; eamdem quoque obſtaculorum quantitatem ſuperabit eadem potentiæ, aut motus quantitas quibuſvis inæqualibus temporibus ; ſiquidem enim corpus motus quantitate in hoc orbe terraqueo adquiſita ſurſum projciatur in globum lunarem translatum , eamdem obſtaculorum quantitatem ſuperabit ; aut ſi adſcendat in hac tellure , ſed tempore diuturniori ; lunaris enim gravitas minor eſt gravitate terreſtri ; deſtruet ſcilicet eamdem gravitatis vis quantitatem , qua ad contrarias plagas jugiter trahitur. Idem accidit corporibus per plana inclinata adſcendentibus.

56. Quamvis autem inconcuſſum ſit , quod vis quadrupla eamdem obſtaculorum quantitatem comprimet inæqualibus quibuſvis temporibus ; corpus tamen quadrupla vi ſurſum projectum poſſet equidem,

dem contra Leibnitianam opinionem ad altitudinem quadruplo majorem adſcendere, ac tempore longiori; ſi gravitas nempe minori vi agat contra corpus adſcendens; obſtacula enim ut ſuperius diximus a corpore ſurſum projecto ſuperata non ſunt deſcripta ſpatia, ſed gravitatis impulſus qui corpus dcorſum trahunt; ſic corpus terreſtris gravitatis quantitate prǽditum majorem ſpatium lunare deſcribet ſpatio terreſtri.

57. *Addunt Leibnitiani*; Quoniam motus quantitates a corporibus adſcendentibus impenſæ temporibus ſunt proportionales; cumque ſpatia inæqualia iisdem temporibus percurrant corpora per plana inclinata, & per eorumdem verticalia plana adſcendentia, aut per arcus Cycloidales, vel per alios curvæ cujuſcumque arcus; Motus itaque quantitates in deſcriptione hujuſmodi ſpatiorum amiſſæ æquales ſint oportet. Quod tamen repugnat. Motus itaque jacturæ a ſpatiis percurſis ſunt procul dubio æſtimandæ.

Eadem objectio viget quidem contra Leibnitianam ſententiam, quæ motus quantitates temporum quadratis proportionales ſtatuit; Æqualium enim temporum quadrata ſunt æqualia; Motus autem jacturas rationem reſiſtentiarum ſervare docuimus, quæ rationem habent compoſitam §. 11. ex obſtaculorum magnitudine, ſeu potentiæ contrariæ quantitate, ac temporibus,

 qui-

quibus agunt ; Obſtaculis vero æqualibus , aut iiſdem ſemper manentibus , reſiſtentiæ temporum tantum ſequuntur rationem §. cit. Jam vero, quoniam gravitatis vis in corpora perpendiculariter adſcendentia agens eadem ſemper remanet, atque conſtans; Gravitatis itaque actio tunc, adeoque & motus jacturæ, temporum certe rationem habent ; Vis autem gravitatis , quæ contra corpus per planum inclinatum adſcendens agit , minor eſt vis quantitate , qua corpus perpendiculariter ſurſum projectum trahitur , & indeſinenter quidem mutatur vis , quæ verſus tellurem ſollicitat corpus per arcus Cycloidales, aut per quoſvis alios arcus incedens ; Ne mireris itaque ; ſi inæqualia ſpatia , arcuſque inæquales iiſdem temporibus deſcribantur ; motuſque jacturæ tunc erunt conjunctim, ut virium quantitates in corpora agentium , ac temporibus infinite parvis.

58. Conveniunt denique Leibnitiani , quod , ſiquidem corpus perpendiculariter deſcendat , ac per diverſa plana inclinata , quæ eamdem habeant altitudinem, ac plani verticalis altitudini æqualem, in eadem linea horizontali eamdem motus quantitatem ſibi comparet, qua ſurſum per eadem plana projectum eadem quidem ſpatia percurrat , quæ deſcendens deſcripſerat ; Sed ſpatia illa ſunt inæqualia; hæc itaque motuum effectus dici repugnat. Ob-

Objcit Domina du Caſtellet §. 572. inſtit. phyſ.

59. *Se ſi ammetteſſe, che la forza ſuperiore, che chiude 4. molle foſſe ſol doppia della forza inferiore, che ſi è conſumata nel chiudere una molla ſolamente, ne ſeguirebbe, che il corpo, che ha 2. di velocità, non conſumi nel primo iſtante, ſe non la medeſima forza del corpo, che ha 1. di velocità, quantunque sbaragli in queſto primo iſtante il triplo di obici eguali; Ora io domando, come può rimanere qualche forza nel ſecondo iſtante al corpo, che avea 2. di velocità ſe non ha avuto, cominciando a muoverſi; fuorchè una forza doppia del corpo, che avea 1. di velocità? poicchè nel primo ſecondo egli ha conſumato il triplo di forza, e prodotto il triplo di effetti uguali, non gli dovrebbe per certo reſtar nulla; perché egli ha eziandio più conſumato nel primo ſecondo, di quel ch' era ſtimato avere; D' uopo è dunque concedere, che l' effetto quadruplo prodotto in due ſecondi dal corpo, che avea 2. di velocità, è ſtato prodotto da una forza quadrupla; oppure converrà dire, che l' effetto è ſtato più grande della ſua cauſa; Locchè è aſſurdo.*

60. Repugnantiſſimum viſum eſt Dominæ du Chaſtellet, quod dupla vi poſſit triplum obſtaculorum numerum comprimere corpus, aut triplum ſpatium deſcribere; effectus tunc enim

cau-

cauſſa erit major ; abſurdum tamen minimè putat, effectum eſſe cauſſa minorem ; ſtatuit enim triplum ſpatium a corpore e quiete decidente vi quadrupla percurri ſecundo tempore ; In fine ſecundi deſcenſus temporis itaque, hoc eſt ſecundo tempore quadruplum ſpatium deſcribat opus eſt, atque quadruplum obſtaculorum numerum eodem tempore ſuperet adſcendens. Cæterum obſtacula non ſunt ſpatia deſcripta, ſed gravitatis ictus ; adeoque juxta Leibnitium effectus erit cauſſa minor.

Addit Domina du Chaſtellet §. 572. 574.

61. *Difficile è riſolverſi certamente a ſtimare la forza in altra guiſa, che per gl' effetti, ne' quali elleno ſi ſon conſumate nel produrli ; poichè ſe foſſero ſtati maggiori di eſſi effetti non ſi ſarebbero conſumate, e ſe foſſero ſtate minori non li avrebbono prodotti ; La miſura adunque della forza de' corpi ne' movimenti ritardati, eſtimar deveſi dalli ſpazii percorſi nel riſalire, dalle molle teſe, dalle parti di materia traſportate ; or poicchè li ſpazii deſcritti dal corpo grave nell' aſcendere ſono come li quadrati delle velocitá ; Le forze dunque ſono come li medeſimi quadrati.*

Objcit hic Dominus de Mairan §. 38. 43. 44. differt. de motus quantitate, quod in motibus retardatis motus quantitates ex ſpatiis non percurſis ſint potius deſumendæ, ſed quæ motu

tu uniformi corpus deſcripſiſſet, & generaliter ex obſtaculis non ſuperatis, ſed quæ æquabili motu eſſent ſuperata, ait enim §. 38.

62. *Per ſpiegare queſta ſpecie di paradoſſo ſupponghiamo, che due mobili* A, *e* B *riaſcendeſſero l' uno cioé* A *con* 2. *gradi di velocità; e l' altro* B *con un grado; or ſe il moto foſſe uniforme, e ſe il corpo* B *percorrerebbe due pertiche in un iſtante, ne percorrerá con moto ritardato ſolamente una pertica; Il corpo* A *dunque percorrerebbe nel medeſimo iſtante* 4. *pertiche, ſe il moto foſſe uniforme; ma perché l' impulſioni contrarii della gravitá l' anno fatto, diró cosí, retrocedere una pertica in coteſto tempo, ſicché non ne percorre in realtá ſe non tre, e queſte impulſioni contrarie anno conſumato, e diſtrutto in lui un grado di forza, e* 1. *grado di velocità, come hanno fatto nel corpo* B *in un tempo ſimile; ma perchè il corpo* A *avea* 2. *gradi di forza gli ne reſta ancor* 1. *grado; Egli dunque percorrerebbe altre due pertiche in un tempo eguale al primo; ſe alcuna impreſſione contraria non vi ſi opponeſſe; ma l' impulſi contrarii vi ſi oppongono dell' iſteſſo modo, che ſi ſono oppoſti al moto del corpo* B: *dunque il corpo* A *al certo non percorrerà in queſto ſecondo tempo, ſe non una pertica; Sicchè in virtù di due gradi di velocità, e dell' azione totale, che ha durato due iſtanti ſi ſolleva-*

vano 4. *molle* $-1 = 3$ *nel primo iſtante*, *e* 2. *molle* $-1 = 1$ *nel ſecondo iſtante*. *E ben ſi vede*; *che ſarà ſempre l' iſteſſa coſa*, *ſe in vece di ſupporre* 2. *gradi di forza*, *e* 2. *gradi di velocità ſe ne ſuppongano* 3, 4 *&c. e che il mobile percorrerà* 6 *o* 8 *pertiche*, *o ſolleverà* 6 *o* 8 *molle con moto uniforme*, *e ſolamente* $6-1$, *o* $8-1$, *con un moto ritardato*, *ed una forza decreſcente nel primo iſtante*, *e così di mano in mano*; *Io chiamo dunque ſpazii non percorſi*, *porzioni di materia non traſportate*, *molle non allentate*, *e generalmente oſtacoli non ſuperati tutti quelli*, *che ſtati nol ſono per difetto di uniformità*; *Gli ſpazii non percorſi dunque in ogni iſtante*, *le molle non teſe*, *rappreſentano la forza perduta*, *e conſumata in queſto iſtante* : *o locchè torna all' iſteſſo il conato della potenza contraria*, *che la diſtrugge*, *e la conſuma*; *Ma la ſomma di tutte le forze perdute*, *o di tutti i conati contrarii è eguale alla forza totale del mobile*; *dunque la forza totale è eguale alla ſomma delli ſpazii non percorſi*, *o delle molle non allentate*; *Egli è chiaro poi*, *che li ſpazii non percorſi dal corpo che ſale*, *che non ſon altro*, *che l' unità ripetuta ad ogni iſtante*, *e ad ogni grado di velocità perduta*, *ſono eguali in numero agl' iſtanti*, *ed ai gradi di velocità*, *e per conſeguenza che la loro ſomma é eguale*, *o proporzionale alla ſemplice ve-*

lo-

locità, o ella ſi conſideri in un iſtante particolare della ſua azione, o ſi conſideri nella ſomma di tutti gl' iſtanti della ſua durata, e della ſua azione totale; Or ciò ſuppoſto non ſono li ſpazii percorſi, o le molle allentate quelli, che danno la miſura della forza motrice, ma li ſpazii non percorſi, le molle non compreſſe, e generalmente gli oſtacoli non ſuperati; ma che ſtati il ſarebbono, ſe il moto foſſe ſtato uniforme.

63. Motus quantitates in motibus retardatis conſumtas ex obſtaculis ſuperatis cum Domina du Chaſtellet æſtimandas eſſe equidem puto; me tamen temperare haud poſſum, quin eam carpam, quæ decrementa a corporibus adſcendentibus accepta a ſpatiis percurſis deſumendas potius velit, quam a gravitatis impulſibus.

64. Ecquis autem non videt, ſibimetipſi adverſari Dominum de Mairan, qui virium, ſeu motus quantitates in motu retardato conſumtas ex obſtaculis non ſuperatis eſſe potius ſupputandas contendit, quive tamen aſſerit, obſtacula illa non ſuperata, ſpatia non percurſa, vim contrariam repræſentare, quæ corpus ad oppoſitas plagas continuo trahens motum omnem tandem deſtruit: nonne obſtaculum dicitur id, quod motui reſiſtit?

65. In motu verò a gravitate retardato motuum quantitates impenſæ a ſpatiis non percur-

ſis ſunt procul dubio ſupputandæ, quam a deſcriptis ſpatiis; Ignorat tamen Dominus de Mairan ſpatia illa non deſcripta obſtaculorum ſuperatorum ſequi rationem, quippe quæ gravitatis ictibus, adeoque temporibus ſunt proportionalia; Juxtà ejus principia itaque motus jacturæ ex obſtaculis ſuperatis quidem eſſent deſumendæ. Repugnat tamen motus æſtimari ex elaſtris non depreſſis, ex materiæ quantitate non translata, & univerſaliter ex obſtaculis non ſuperatis, ſed quæ motu uniformi eſſent ſuperata; tunc enim elaſtra ipſa depreſſa, vel materiæ quantitas mota, aut translata corporis motui obſiſtunt; in motu vero a gravitate retardato motum percurſa ſpatia minimè deſtruunt; ſed geminati gravitatis ictus, qui ſpatiis illis non deſcriptis ſunt proportionales; conſule quæ contra hanc Domini de Mairan demonſtrationem ſcripſit Domina du Chaſtellet c. 29. diſſert. de viribus vivis.

Leibnitianam virium menſuram confirmare conatur Domina du Caſtellet ſequenti argumento §. 567. c. 18. *Fig.* 3.

66. *La gravità preme uniformemente i corpi gravi ad ogni iſtante, ed in tutti i punti, dove ſi trovano durante la lor caduta verſo la terra; Io poſſo dunque conſiderar la gravità, in quanto a ſuoi effetti, come una molla infinita* N R,

che

che preme egualmente un corpo A *in tutta la linea* A B ; *Ora ſe eſprimeremo la preſſione, che il corpo eſperimenta in* A *per la linea* A*m*, *quella, ch' egli riceve nel momento più proſſimo a per la linea a n, la ſeguente poi per b p, e via via ſino in* B *dove il corpo attualmente ſi trova, vedeſi, che tutte coteſte linee* A*m*, *an*, *bp &c. fanno il rettangolo* A*x*, *che la forza viva acquiſtata nel punto* B *debba eſſere rappreſentata da queſto rettangolo ; Quindi la forza viva del corpo* A *arrivato al punto* B, *ſarà a quella di un corpo* R, *che foſſe diſceſo da* A *in* R, *come il rettangolo* A*x*, *al rettangolo* A *o*, *cioè come le linee* A B, A R, *imperocchè i re tangoli, che anno le medeſime baſi, ſono come le loro altezze.*

Le forze, che i corpi anno ricevuto in A, *ed in* R, *devono eſſere neceſſariamente fra loro, come il numero delle molle eguali, e ſimili, che ſi ſono allentate, ed hanno comunicate le loro forze ai corpi in moto ; Ora il numero di queſte molle, é evidentemente qui come gli ſpazii* A B, A R, *poicchè in uno ſpazio doppio vi a due volte più di molle, che in uno ſpazio ſubduplo ; dunque le forze vive de' corpi, che la gravità fa diſcendere, devono eſſere fra eſſe come gli ſpazii* A B, A R ; *Ma ſecondo la teoria di Galileo li ſpazii percorſi dal corpo grave con moto accelerato, ſono come li quadrati delle velocità ; Le forze dun-*

que ſono anch' eſſe, come li ſudetti quadrati.

67. Idem argumentum proponit Hermannus, qui elaſtrorum tamen infinitæ ſeriei NR lineam AR ſubſtituit, cujus ſingulæ æquales particulæ infinitæ parvæ A*a*, *ab &c.* ſpatiola elementaria exhibent.

Hanc Hermanni objectionem penitus everſam arbitratur Anonymus Auctor Italus ſequenti demonſtratione. *La forza* A*m agiſce nel corpo* A *per tanto tempo, quanto ne conſuma il medeſimo corpo* A *nello ſcorrere lo ſpaziolo* A*a*, *la forza an tanto tempo, quanto ne conſuma il medeſimo corpo nello ſcorrere lo ſpaziolo ab &c. ma li tempi, in cui il grave percorre gli ſpazii* A*a*, *ab, non ſono li ſteſſi; perche ponendo* A*a* $=1$, *saranno i tempi, ne' quali il corpo ſcorre li ſpazioli* A*a*, *ab*, *b*B &c. *come i numeri* 1, $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ *&c. i quali vanno continuamente decreſcendo. Quindi eſſendo un principio aſſai chiaro, che le potenze coſtanti agiſcono in ragione de' tempi, e tali eſſendo le forze morte* A*m*, *an &c. Le forze impreſſe nel corpo caduto ſaranno (poſta la forza prima* $=f$*)* f, $f\sqrt{2}-f$, $f\sqrt{3}-f\sqrt{2}$ *&c. le quali ſucceſſivamente ſommate danno le forze* $= f$, $f\sqrt{2}$, $f\sqrt{3}$ *&c. le quali ſono come i numeri* 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ *&c. vale a dire in ragion de' tempi*.

68. Motus itaque quantitates tempuſculis *b*B, BR, ad-

adquiſitæ juxta allatam Dominæ du Chaſtellet demonſtrationem ſunt ut ſummæ gravitatis ictuum, quos integris temporibus AB, AR, accipit corpus; cum igitur gravitatis impulſuum ſummæ ſint temporibus, aut velocitatibus proportionales §. 7. Motus quoque eorumdem rationem ſequantur oportet; Repugnat autem univerſaliſſimæ Phyſicorum opinioni, ſpatia a corporibus gravibus percurſa eſſe ut gravitatis ictuum ſummas; hoc eſt ſummas incrementorum omnium; tunc enim aut ſpatia ſimplicium velocitatum rationem haberent; aut gravitatis actio temporum rationem minimè ſequeretur, ſed ſpatiorum.

69. Siquidem autem per lineas AB, AR tempora deſignemus, clarè liquet motus eſſe ut tempora, adeoque ut velocitates; Siquidemque per lineas A *m*, *m n*, *b p &c.* velocitates repræſententur, ſequeretur quidem velocitates in fine quorumvis finitorum temporum adquiſitas eſſe ut deſcripta ſpatia juxta Dominæ du Chaſtellet principia, adeoque ut ipſarum velocitatum quadrata; Quæ immania abſurda quis non agnoſcet? eaque omnia ex Hermanni argumento deduci eccquis non intelliget?

70. Galilæus tandem cum mathematicis omnibus docet, ſpatia integra finita ab initio deſcenſus ſupputata eſſe ut velocitatum quadrata; Allucinantur itaque Domina du Chaſtellet, ac

Her-

Hermannus qui theoriam illam ad ſpatia in fine cujuſvis temporis deſcripta transferunt ; Lineæ enim AB, AR, ſpatia exhibent in fine temporum AB, AR, percurſa ; Spatiola enim ultimis tempuſculis deſcripta ſunt (§. 10.) ut ſummæ gravitatis ictuum, aut tempuſculorum ; Singulæ autem æquales particulæ A*a*, *ab* &c. juxta Hermannum ſpatiola elementaria exhibent ; ſingulis ſcilicet velocitatum incrementis deſcripta. Ex allatis itaque argumentis aperte colligitur, motus eſſe velocitatibus proportionales.

71. Repugnat denique, tempora, quibus ſpatiola A*a*, *ab* &c. percurruntur, eſſe ut numeros 1, $\sqrt{2}-1$, &c. ut mendoſe arbitratus eſt Auctor Italus ; Spatia enim finita velocitatum quadratorum ſequuntur rationem ; adeoque ſpatia æqualia ſingulis inæqualibus finitis temporibus deſcripta ſunt procul dubio ut 1, $\sqrt{2}-1$ &c. Lineolæ vero A*a*, *ab* &c. ſingula æqualia ſpatiola elementaria repræſentant ; Spatiola autem temporibus infinitè parvis deſcripta repugnat eſſe velocitatum quadratis proportionalia ; ſunt enim in ratione minori dupplicata velocitatum ratione ; ſunt nimirum, ut ſummæ finitarum ſerierum numerorum in progreſſione arithmetica naturali incedentium ; Tempuſcula autem, quibus deſcribuntur ſingula æqualia ſpatiola elementaria rationem velocitatum inverſam habent ; Motus

tus enim ſingulis elementaribus tempuſculis ſunt uniformes, vel æquabiles ſaltem ſupponi tuto poſſunt; Quoniam verò velocitas poſt primi elementaris ſpatioli deſcriptionem adquiſita dupla eſt; tempuſculum itaque in deſcriptione ſecundi æqualis ſpatioli impenſum erit ſubduplum; ſiquidemque velocitates ſint ut numeri 1. 2. 3. &c. ſpatiola ſingulis æqualibus tempuſculis percurſa erunt ut iidem numeri 1. 2. 3. &c. tempuſcula vero, quibus ſingula ſpatiola primo elementari ſpatiolo æqualia deſcribuntur, erunt ut 1, 1:2, 1:3 &c. Spatiolà tandem ſingulis velocitatum elementarium incrementis percurſa erunt ut 1, 1, 1, &c. h. e. æqualia.

Videtur autem Itali noſtri vim vivam longè quidem abeſſe a Leibnitiana vis vivæ definitione; Vim enim mortuam adpellat potentiam, infinite parvam, quæ in corpus agit. Hæc tamen potentia Leibnitianæ definitioni adverſatur ſchol. 1. §. 9.

Aliud Dominæ du Chaſtellet argumentum §.575.

72. *La dottrina delle forze vive può confermarſi per mezzo di un raziocinio molto ſemplice; Due Viaggiatori caminino egualmente preſto; e camini uno per un ora, e facci una lega, e l'altro faccia due leghe in due ore; ogn'uno è di accordo, che il ſecondo ha fatto il doppio di ſtrada del primo, e che la forza da lui meſſa in fa-*

re

re due leghe è doppia di quella conſumata dal primo in fare una lega ; Ora ſupponendo , che un terzo Viaggiatore faccia queſte due leghe in un ora , cioé che camini con una velocitá doppia , e di nuovo evidente , che il terzo Viaggiatore , il quale fa due leghe in un ora impiega due volte altretanto di forza , che quegli , il quale fa queſte due leghe in due ore ; Ora poicché il terzo Viaggiatore impiega due volte piú di forza , che il ſecondo , ed il ſecondo ne impiega due volte piú che il primo , è evidente , che il Viaggiatore , il quale marcia con una doppia velocità , nel tempo medeſimo impiega quattro volte piú di forza , e che per. conſeguenza le forze , che queſti Viaggiatori avranno ſpeſe , ſaranno come il quadrato delle lor velocità .

73. Qua fronte motus quantitatem a tertio viatore conſumtam duplam vocat illius , quam impendit ſecundus viator ? tempus enim a motuum æſtimatione prorſus expellit Domina du Chaſtellet ; Cum itaque ſpatia ab illis viatoribus deſcripta ſint æqualia ; æquales ſint oportet motuum quantitates ; adeoque motus a tertio viatore conſumtus duplus erit illius , quem primus viator impendit ; Si tempora autem motuum menſuram ingrediantur ; ſecundi viatoris motus tunc æqualis quidem erit motus quantitati primi viatoris ; adeoque tertii viatoris motus erit tantum

tum duplus motus quantitatis ejuſdem primi viatoris . Itaque

Incidit in ſcyllam cupiens vitare charybdim.

74. Allatum autem argumentum vigeret tantum in motibus uniformibus ; non vero in motibus retardatis, aut acceleratis ; ſupponit enim viatores æquabiliter progredi.

Addunt Leibnitiani *Fig.* 4.

75. Decidat corpus A e quiete, motuque æquabiliter accelerato deſcribat ſpatium AB ; perpendiculares vero P*n*, P*o* repræſentent elementares motus in locis P a corpore deſcendente adquiſitos ; motus itaque quantitates in locis P , B , erunt ut ſummæ motuum omnium P*n*,P*o* &c. nempe ut ſcalæ motuum , ſeu ut quadrata velocitatum finalium.

76. Repugnat figuram ABMC eſſe ſcalam motuum ; non enim poſt æqualia ſpatia , ſed poſt æqualia tempora corpus recipit novos potentiæ agentis impulſus ; ſi itaque perpendiculares P*n*,P*o* elementares motus exhibeant, motus ſcilicet ſingulis elementaribus tempuſculis adquiſitos, abſciſſæ AP tempora repræſentent oportet; adeoque ABMC convertetur in triangulum, cujus altitudo AB tempus repræſentabit; perpendiculares vero P*n* P*o*, motus deſignabunt in fine quorumvis temporum adquiſitos ; quod oſtendimus §. 18.

77. Figura autem ABMC , non continet mo-

H tus.

tus quantitatem, quam corpus ſibi conparavit in puncto B, quamve inquirimus; ſed ſummam omnium motuum ſingulis punctis P adquiſitorum. Jam vero ſumma incrementorum omnium, motus ſcilicet quantitas in fine cujusvis temporis adquiſita, exhiberi facile poteſt per parallelogrammum, ut diximus §. 20. adeoque motus erunt ut velocitates.

Addit Domina du Chaſtellet §. 577.

78. *Ma il Signor Herman adduce un caſo, il quale non laſcia luogo a ſutterfugio; La palla* A., *che ha uno di maſſa, e* 2., *o* 4. *di velocità percuota ſucceſſivamente ſopra un piano orizontale eguale una palla* B *in quiete, la quale ha* 3. *di maſſa, ed un altra* C, *che ha* 1. *di maſſa; in queſto caſo il corpo* A *darà un grado di velocitá, o due, alla palla* B, *la di cui maſſa e* 3., *e darà il grado, o li* 2. *gradi di velocitá, che le reſtano alla palla* C, *che di poi incontra, di cui la maſſa è* 1., *vale a dire eguale alla ſua; e queſto corpo avendo allora perduto tutta la ſua velocitá reſterà in quiete; Ora eſaminiamo qual ſia la forza de' corpi* B, *e* C, *certamente la maſſa del corpo* B *eſſendo* 3., *e la ſua velocitá* 1., *o* 2.; *la ſua forza ſará tre; locchè non negano neppure gl' Avverſarii delle forze vive, o pur* 12. *nel ſecondo caſo della velocitá* 4. *nel corpo* A, *ed il corpo* C, *la cui ve-*

lo-

locità è 1. , *o* 2. , *e la maſſa* 1. , *averà pure* 1. *di forza* , *o pure* 4. *dunque il corpo* A *ave. rá comunicato la forza* 3. , *o* 12. *al corpo* B , *e la forza* 1. , *o* 4. *al corpo* C ; *dunque il corpo* A *con* 2. , *o* 4. *di velocità ha dato* 4. *o* 16. *di forza, le quali ſono come li quadrati delle velocità* 2. , *o* 4. , &c. §. 581.

Un corpo A *ſoſpeſo liberamente nell' aria , e la cui velocità é due , e la maſſa ſuppoſta uno , percuota nel medeſimo tempo ſotto un angolo di* 60. *gradi due corpi* B , *e* B , *la maſſa de' quali è due; in queſto caſo il corpo percuotente* A *reſta in quiete dopo l' urto , e i corpi* B , *e* B *ſi muovono ciaſcuno con un grado di velocità ; ora queſti corpi* B , *e* B , *la di cui maſſa é due , e che anno ricevuto ciaſcuno un grado di velocità , hanno ciaſcuno due di forza , qualunque opinione ſi ſiegua ; Dunque il corpo* A *con una velocità* 2; *ha comunicato una forza* 4.

Objcit Dominus de Mairan c. 16. contra primum argumentum.

79. *Se conſervando alla palla* A *li ſteſſi gradi di velocità avanti l' urto ſi aſſegnino ſucceſſivamente al corpo* B *differenti maſſe , oltre , o di ſotto a tre , ſi vedrá così procedendo , che vi ſarà al certo nella natura óra più , ed óra meno di forza doppo l' urto , di quel , che ne reſulta dalla maſſa moltiplicata per lo quadrato della*

velocità avanti l' urto ; nel rapportato eſempio poi vi ſono in realtà 2. gradi , o 4. di forza doppo l' urto , come innanti l' urto , levando la quantitá negativa che vi ſi trova nel corpo A , *o* C , *cioè la quantità , che tende alla parte oppoſta doppo l' urto, dalla poſitiva , che appartiene al corpo* B , *e v' ingannate, Madama, aggiungendo quella , che ha il ſegno meno , a quella, che ha il ſegno piú , come fate voi , in luogo di ſottrarnela ; Locché é contro tutte le regole del Calcolo dell' Algebra , e contro le regole , che oſſervano i Fiſici nel calcolare la quantitá del moto , che ritrovar deveſi nella natura dopo la colliſione de' corpi elaſtici ,*

Urget tamen Domina du Caſtellet c. 49.

90. *Ella é in veritá coſa maraviglioſa la facilitá , colla quale per mezzo di una picciola lineetta , che poſta avete avanti l' eſpreſſione della forza del corpo* A , *vi ſiete disbrigato da quel* 4. *di forza , che il voſtro ſteſſo calcolo vi dava doppo l' urto in luogo di* 2 , *che n' eſiggeva ; ma ditemi, vi ſupplico, ſe coteſto ſegno meno , e coteſta ſottrazione , anno levato alli corpi* A , *e* B *qualche parte della loro forza , e ſe gli effetti , che coteſti corpi faranno ſopra gli oſtacoli quai ſi voglia, ne ſaran perciò minori; ciò certamente voi nol penſerete , e non credo , che vorreſte farne l' eſperienza, ne trovarvi all' incontro di un corpo , il quale*

le ritornaſſe addietro affetto con queſto ſegno meno con 500. ovvèr 1000. di forza ; or ciò ſuppoſto benchè ſi ſoſtituiſſero al corpo B *altri di maſſe ineguali , e ſi ſommaſſero le forze , che tendono alle parti oppoſte ; ſempre però ſi oſſerverà nella natura doppo l' urto l' iſteſſa quantità di forza , che dava la maſſa moltiplicata per il quadrato della velocità innanti l' urto .*

91. Juxta Leibnitianam motuum menſuram repugnat primum, velocitates, quas corpora B,&C poſt colliſionem adquirunt, eſſe 2 & 2 ; conveniunt enim Phyſici, quod, ut innoteſcant velocitates poſt corporum perfecte elaſticorum occurſum, inveniatur primo opus eſt velocitas communis centri gravitatis corporum , quæ obtinebitur , ſi motus quantitas , quæ ante colliſionem exiſtit in natura , per maſſarum ſummam dividatur ; 2. requiritur velocitas, quam vis elaſtica corporibus communicat, quæ habebitur, ſi velocitas corporum reſpectiva dividatur in inverſa maſſarum ratione.

Denique velocitati communis centri gravitatis addita velocitate , quam corpus B ſibi ab elaſticitate paravit , ex eadem vero communi centri gravitatis velocitate dempta velocitate , quam corpus A adquiſivit ab eadem elaſticitate, ſumma tunc exhibebit velocitatem , cum qua corpus B moveretur poſt occurſum, & differen-

tia

tia repræſentabit velocitatem , quæ corpori A competeret.

92. Irruat nunc corpus A in corpus quieſcens B cum 4. gradibus velocitatis, ſitque maſſa corporis A ad maſſam corporis B ut 1:3; velocitas communis centri gravitatis juxta Leibnitiana principia ſit oportet $= \sqrt{(16:4)} = \sqrt{4} = 2$; velocitas verò reſpectiva erit $= 4$, qua diviſa corporibus A, & B, in reciproca eorum ratione, habebit tunc corpus A 3 gradus, reliquum tamen gradum 1. ſortietur corpus B, adeoque velocitas corporis A poſt occurſum erit $= 2-3 = -1$ velocitas verò corporis B $= 2+1 = 3$; Motus itaque corporis A poſt colliſionem erit $= 1.-1 = -1$; motus verò corporis B juxta Leibnitium $= 3.3.3 = 27$. motuum itaque ſumma poſt occurſum $= 26$. aut juxta Dominæ du Chaſtellet opinionem $= 27+1 = 28$. Quæ majores quidem ſunt motus quantitate ante colliſionem $= 16$.

Quibus præmiſſis apparet; ut inveniatur motus quantitas poſt corporum elaſticorum occurſum, velocitatem poſt colliſionem requiri, atque ut hæc innoteſcat, inveniatur opus eſt motus quantitas ante colliſionem; Cum autem hujuſmodi motus a præſenti quæſtione pendeat, repugnat itaque rectam motuum menſuram poſſe evinci ex corporum elaſticorum impulſu; tunc enim argumenta omnia manifeſta principii peti-
tio-

tione peccarent ; Quamvis autem velocitas poſt occurſum innoteſcat, nequit tamen motus quantitas conſtitui poſt conflictum ; nulla enim adeſt major ratio, cur motus quantitas poſt colliſionem ſupputanda potius ſit ex maſſa in quadratum velocitatis ducta, ut Leibnitiani volunt, quam ex maſſa, & ſimplici velocitate, ut univerſa penè Mathematicorum cohors docet ; At enim ; Quoniam motus quantitate ex ſimplici velocitate deſumta, non exiſteret in natura eadem motus quantitas poſt corporum elaſticorum colliſionem, quæ ante eorum occurſum aderat ; cumque hujuſmodi motus æqualitas obtineri facile poſſit, ſi motus quantitas ex velocitatis quadrato poſt occurſum ſupputetur ; maſſa itaque per velocitatis quadratum potius ducenda eſt, quam per ſimplicem velocitatem.

93. Sed univerſaliſſima equidem non eſt Leibnitiana motus menſura, ut perperam autumat Domina du Chaſtellet ; Siquidem enim idem corpus A, eadem immutata velocitate ante occurſum inæqualia corpora ſucceſſive impellat ; motus quantitate ante colliſionem ex maſſa, & velocitatis quadrato deſumta, producetur tunc in natura ab eadem motus quantitate ante colliſionem, nunc major, nunc minor motus quantitas poſt occurſum illa motus quantitate, quam exhibebat maſſa in quadratum velocitatis ante

col-

colliſionem ducta ; quamvis motus quantitas ſigno negativo affecta addatur motus quantitati ſignum poſitivum habenti.

94. Quod ſi velocitatem communis centri gravitatis inquirentes, motus quantitas ante colliſionem ex ſimplici velocitate in maſſam ducta æſtimetur ; ut facile Leibnitianis concedit Dominus de Mairan cum Carteſianis omnibus, tunc equidem poſt colliſionem exiſtet ſemper in natura eadem motus quantitas, quæ erat ante occurſum, dummodo addatur quantitas negativa; adeoque in hoc caſu veritati opponitur, quod aſſerit Dominus de Mairan ; quod ſcilicet non eadem motus quantitas obſervaretur in natura poſt colliſionem ; Ut motus itaque æqualitas ſervetur, motus quantitas æſtimetur oportet ex maſſa, & velocitate ſimplici, ac ſubtrahatur quantitas ſigno negativo affecta.

95. Illud denique principium ex ſola elaſticitatis natura, atque ex actionis, ac reactionis æqualitate, nec non ex recto corporum occurſu unice pendet; Siquidem enim globi non fuerint perfecte elaſtici, aut obliquè occurrant, velocitatum quadratorum æqualitas, motus ſcilicet, non ſervaretur.

96. Occurſus autem corporum A, B, B, nequit legem exhibere univerſalem ; Quam plurimis enim abundat conditionibus, atque determinatio-

tionibus ; Angulus enim , atque corporum B, B maſſæ determinantur ; Quibus variantibus peribit equidem lex illa ; Jam verò ex motus reſolutione diſcimus , quod eadem diagonalis intelligi poſſit ex innumeris inæqualibus motibus compoſita , & motus iidem diverſas poſſint producere diagonales ; prout diverſis directionibus in ſe invicem agunt , ut ex fig. 8. clare liquet . Quare mirum non eſt ; ſi corpus dupla velocitate , ac determinata directione contra elaſtrorum ſeriem projectum quadruplum eorumdem numerum comprimat , aut agens in corpora , quadruplum his motum communicet ; ea enim omnia , ex diverſis occurſûs directionibus pendent ; Sic globus , qui dupla velocitate quatuor elaſtra comprimit determinatis agens atque obliquis directionibus , quadruplo quidem minorem numerum ſuperabit perpendiculariter eadem elaſtra impellens ; & pro corporum occurſu vigent , quæ prolata hic momenta ſunt pro elaſtris . Quemadmodum denique velocitas quadrupla etſi poſt occurſum exiſtat in natura a dupla velocitate ante impactum producta ; non idcirco tamen quadrupla dicitur velocitas ante occurſum , ſeu ante reſolutionem ; ita nec ex eo motus quadruplus ante impactum debet deduci ; quod ſcilicet , motus quantitas poſt occurſum ſit quadrupla . Repugnat itaque rectam

motuum menſuram ex legibus petere, quas motus oblique in ſe invicem agentes ſervant.

Contra Leibnitianos urget Auctor Italus n. 1. *diſſert. de antiqua motus menſura*.

97. *Prenduſi un quadrato* AC, (*Fig.* 12.) *e prolunghinſi i lati* AB, AD, *in* F, L *talchè ſia* AF = AL = AD = AB; *Indi condotta la retta* LF, *per* AC *ſi tiri la retta* EAC. *Siino pertanto tre corpi elaſtici eguali* A, F, L, *e vengano i corpi* F, L, *ad urtar nel medeſimo iſtante il corpo* A *colle velocitá, e direzioni* LA, FA. *Che avverrá perciò doppo l' urto? Concioſiacchè il moto del corpo* F *ſia compoſto dei moti* EF, EA *e il moto del corpo* L *de' moti* EA, EL, *ed opponendoſi i due moti* EF, EL, *fra di loro; ed eſſendo la direzione de' moti* EA, *ſecondo la direzione* AC, *egl' è evidente, che i corpi* F, L, *comunicheranno al corpo* A *la velocitá* 2AE = AC *e doppo l' urto ſi rifletteranno colle velocitá, e direzioni* Am, An, *eguali alli due* FE, EL; *Or poſto ciò giuſta Leibnizio ſarà la forza innanti l' urto* = $2AE^2 + LE^2 + FE^2 = 4AE^2$. *La forza poi del corpo* A *dopo l' urto ſarà* = $4AE^2$; *E le forze de' corpi* F, L, *dopo l' urto* = $An^2 + Am^2 = 2AE^2$; *qual ſomma ag-*

giunta alla forza $4AE^2$ *del corpo* A, *ſarà la forza totale doppo l' urto* $= 6AE^2$, *maggiore della forza* $4AE^2$ *innanti l' urto*; *E ſe ſupponghiamo ne' punti* C, H, *due altri corpi elaſtici eguali ad* A, *nel modo iſteſſo ſi dimoſtrerà, che urtando nel medeſimo iſtante* A, H, *nel corpo* C, *doppo l' urto ſi averà guadagnato la forza* $4AE^2$, *e così procedendo ſi vedrà, che gl' avanzi della forza viva doppo l' urto creſceranno in progreſſione geometrica* 2, 4, 8 *&c. Ciò chè repugna ancor pel Signor* Leibnizio.

Et n. 5. addit = *L' aſſurdo, nel quale ci conduce il Leibniziano ſiſtema, ſi ſchifa nell'antico; Giacchè ſecondo queſto le forze prima dell' urto ſono* = 4AE, *e le forze doppo ll conflitto* = AC + *Am* + *An* = 4*AE*, *vale a' dire l' effetto eguale alla cauſa*.

98. Repugnat primo, motum poſt occurſum æqualem eſſe ſummæ AC + A*m* + A*n*; Juxta leges enim corporum elaſticorum conflictuum, adduntur tantum motuum quantitates, quæ ad eaſdem plagas pergunt; quin immò ſubtrahuntur, quæ tendunt ad partes oppoſitas; Motus autem AC A*m*, A*n*, diverſas habent directiones, &

Am, An, verſus plagas contrarias progrediuntur; adeoque ſi quantitas An afficiatur ſigno poſitivo +, Am ſigno negativo - affecta ſit oportet; Quæ cum ſint æquales juxta regulas algebraicas ſe mutuo deſtruunt; Hæ autem motus quantitates a cauſſa extranea potius productas ratio ſuadet, a vi ſcilicet elaſtica ut §. 95. diximus, atque ex actionis, ac reactionis æqualitate, quam ab ipſa motus quantitate ante occurſum; Quod ſi irruentia corpora F, L, non ſint elaſtica, motus mA, nA, procul dubio peribunt, eritque motus quantitas poſt conflictum = AC = 2AE = 4AE : 2 = dimidiæ motus quantitati ante impactum juxta Italum noſtrum Auctorem. Non eadem itaque motus quantitas ſervatur ante, & poſt occurſum juxta ejuſdem Auctoris ſententiam, & effectus erit cauſſa minor:

99. 2. Quantitas motus ante occurſum eſt = AF + AL, = AB + AD; motus verò poſt conflictum = AC, aut ſecundum Itali opinionem, = AC + Am + An = 4AE. Erit ergo in primo caſu AC = AB + AD; in caſu verò altero AF = EF + EA, & AL = EL + EA; Quæ immania abſurda nemo eſt, qui non intelligat.

100. Animadvertamus etiam oportet; quod ſummæ motuum ante, & poſt corporum elaſticorum colliſionem tunc eædem, atque immutatæ remanent; cum ſcilicet corpora ad eamdem partem

tem tendant; Quod ſi obviam eant, docent Phyſici, motuum differentiam eamdem quidem manere; Quoniam verò velocitates EA; EA, eamdem habent directionem; velocitates FE, LE tamen tendunt ad oppoſitas plagas; cumque poſt impactum motus ſit $= AC + mA + nA$, & AC ſit $= 2AE$, & $mA - nA = FE - LE$; Integræ itaque remanent leges, quas Mathematici omnes tradunt de corporum elaſticorum colliſione, admiſſa Carteſiana ſententia; Summa enim motuum factorum ad eamdem partem; ac differentia motuum ad oppoſitas plagas productorum eadem ſunt; Quod equidem non obtinetur a Leibnitiana motuum menſura; ac ab Itali opinione.

101. Jam verò quoniam motus ante occurſum eſt $= AF^2 + AL^2 = AB^2 + AD^2 = 4AE^2$, cumque effectus ſint cauſſis proportionales ex Metaphyſica, ac velocitas corporis A ſit $= AC = 2AE$; cujus quadratum eſt $= 4AE^2$; Ut itaque motuum æqualitas ſervetur ante, & poſt conflictum; motus quantitas velocitatis quadrato videtur proportionalis.

102. Sed ut Carteſianæ opinionis decus tueamur, ac errorum origines oſtendamus, qui ex utriuſque ſententiæ argumentis facilè inferuntur; Præmittendum primo; quod effectus proportio-

na-

nalis ſit cauſſæ, quatenus agit, h. e. ejus actioni. *Vit autem alicujus actionem voco cum Bulphingerio, ipſum ejus exercitium, quo ſeſe dato tempore ad motum producendum applicet, una cum modo applicandi*. 2. Quod actiones, quas corpora F, L exerunt contra corpus A, rationem motuum EA, EA, = 2EA, tantum ſequuntur; Reliquæ enim EF, EL non agunt contra corpus A. Motus itaque corporis A poſt occurſum nequit eſſe $= (2AE)^2 = 4AE^2$; Actionis enim quantitas corporum F, L in corpus A juxta Leibnitianos eſt $= 2AE^2$ 3. Quod actionis quantitas AF+AL, æqualis quidem non eſt ſummæ actionum, quas producunt EF, EA, EL, EA, ſeiunctim agentes; ſed actionum ſummæ, quas exerunt EF, EA, ſimul agentes, ac EL, EA, quoque ſimul agentes. Prior autem ſumma major eſt ſummæ alterius. Repugnat autem actionis quantitatem conſumtam a duabus potentiis eumdem globum ſimul trahentibus, quarum vero directiones angulum conſtituunt, æqualem eſſe, ut mendoſe arbitrantur Leibnitiani, actionum quantitatibus ſimul ſumtis, quas eædem potentiæ impenderent, eumdem globum ſejunctim urgentes. Inconcuſſum enim eſt apud Phyſicos, quod ſi corpus duabus potentiis traha-

hatur, quarum directiones nec conſpirantes ſint, neque oppoſitæ; ſed angulum conſtituant; potentiarum actio, ſeu vis quantitas, quæ contra corpus agit, tunc imminuitur; Aliqua enim pars invicem perit in mutuo earum occurſu; Potentiæ enim ſibi invicem reſiſtunt; alterutra ſcilicet potentia ſejunctim globum trahens majori vi contra illum agit, majoremque velocitatem communicat, quam ſi cum altera ſimul potentia agat; eoque minor erit potentiæ actio, ſeu vis corpus impellens, quo major erit angulus directionum; ita ut, ſi directionum lineæ in directum tandem jaceant, ac potentiæ æquales ſint, corpus tunc quieſcet; ſin verò ſint inæquales; integra potentia minor deſtruitur, decreſcitque potentia altera, eritque actio, ſeu vis reliqua ad ſummam priorum actionum, ut potentia reliqua ad ſummam priorum potentiarum; & e converſo; eo major erit potentiarum actio; quo minor erit angulus directionum; adeo ut, ſi angulus ſit infinite parvus, h. e. ſi directiones verſus eamdem plagam tendant; integra tunc potentiarum actio, æqualis erit ſummæ actionum, quas producerent, ſi ſejunctim agerent.

103. Sed ut hujus propoſitionis veritas magis eluceſcat; Sint [*Fig.* 12.] potentiæ AB, AD, h. e. AF, AL, quæ directionibus AB, AD, idem

idem corpus A ad ſe invicem trahant, quod juxta Mechanicorum principia deſcribet diagonalem AC; Jam verò reſolvatur actio potentiæ AB = AL in potentias LE, EA; atque actio potentiæ AD = AF, in potentias FE, EA; Quoniam verò actio diagonalis æqualis eſt actionum quantitati, quas producerent potentiæ laterales ſimul agentes, Potentiæ itaque AB, AD, globum A ſimul trahentes eamdem actionum quantitatem producunt, quæ oriretur ex quatuor potentiis LE, EA, FE, EA, eumdem globum A ſimul urgentibus. Cum autem LE, FE, æquales ſint, & ſibi opponantur; ſe mutuo deſtruunt; remanent tamen actiones a potentiis 2EA repræſentatæ. Evincere itaque nunc tantum oportet, quod actiones 2EA effectum producant earum ſummæ proportionalem; Ex potentiis enim LE, FE, quæ pereunt, nullum effectum Phyſici requirunt; Jam verò corpus A duabus ſimul potentiis EA, EA, impulſum diagonalem AC deſcribit, quæ cum ex geometricis principiis ſit = 2EA, effectuum, atque cauſſarum, ſeu earum actionum æqualitas ſervatur, quin vires vivæ admittantur. Allucinantur itaque Leibnitiani, qui allatum argumentum ex illo Metaphyſicæ principio actionis, & effectus æqualitatis deductum perperam autumant; Æqualitas enim actionum, atque effectuum ab illis pro-

po-

poſita inconcuſſo illo Metaphyſicæ dogmati potius adverſatur ; Si effectus enim a potentia diagonali repræſentatûs æqualis ſit effectuum ſummæ, quos generant potentiæ AB , AD , ſejunctim agentes ; ſequeretur , quod effectus non ſiat actionibus proportionales ; Quantitas enim actionum, quas potentiæ AB , AD , ſimul agentes exerunt contra corpus A , minor eſt , ut demonſtravimus , actionum ſummæ , quas eædem potentiæ impenderent , ſi ſejunctim contra idem corpus agerent ; aut quod diagonalis AC æqualis ſit ſummæ laterum AB , AD . Quod geometricis quidem adverſatur demonſtrationibus.

104. Supponamus nunc (*Fig.*12.), quod globus A potentia LA ſollicitatus adquirat motum $= X^2$; ac motionis quantitatem $= Y^2$ ſibi comparet a potentia FA impulſus ; motuum ſumma tunc erit equidem $= X^2 + Y^2$, velocitates tamen , quæ ſummam illam comitantur , erunt $= X+Y =$ LA+FA , = AB+AD ; quibus æqualis ſit oportet diagonalis AC ; Quod repugnat ; Dicendum itaque , quod potentia LA quamvis ſejunctim agens in corpus A , producat vim vivam $= X^2$, quæ ſecum trahit velocitatem = X ; eadem tamen potentia LA quamvis eumdem globum urgens per

Digitized by Google

diagonalem AC communicet eamdem motus quantitatem $= X^2$; hanc tamen ſequatur opus eſt velocitas priori velocitate X minor. Idem dicendum de potentia FA, quæ idem corpus A per diagonalem AC ſollicitans etſi vim vivam $= Y^2$ producat ; ſecum tamen trahat velocitatem priori velocitate Y minorem neceſſe eſt ; ita tamen, ut harum velocitatum ſumma ſit $= \sqrt{(X^2 + Y^2)} = \sqrt{[AB^2 + AD^2]}$. Vires vivæ itaque a potentiis *LA*, FA, ſejunctim agentibus productæ velocitatum quadratorum rationem ſervant; quam tamen ſequi non debent motus ab iiſdem potentiis ſimul globum trahentibus geniti ; Innumera itaque ex Leibnitiana ſententia ſequuntur abſurda.

105. Eædem autem potentiæ FA, LA, deberent juxta Itali, ac Leibnitianorum opinionem eamdem ſemper diagonalem producere, quæcumque ſit earum directio : Ipſarum enim ſumma eadem ſemper erit, ac eadem diagonalis ab iiſdem potentiarum ſummis oriatur opus eſt. Quod tamen abſurdum eſt ; Eædem enim lineæ AB, AO [*Fig.* 8.] h. e. AB, BC ; AB, BE ; AB, BD, generant diagonales AC, AE, AD, quæ ſunt inæquales, quæve diagonalibus

BO

Digitized by Google

BO ſunt minores ; eoque minores erunt , quo major erit angulus directionum OAB ; & e converſo ; Eadem diagonalis poteſt ex diverſis potentiarum ſummis oriri.

En aliud Itali argumentum, quo Carteſianam ſententiam confirmare arbitratus eſt n. 37.

106. *Siino due forze f, F, gl' effetti delle quali ſiino e, E, le maſſe m, M, le velocitá u, V, i tempi t, T, gli ſpazii s, S; Sará dunque s : S = tu : TV, e : E = ms : MS, e : E = tf : TF; Dunque ms : MS = tf : TF, ed s : S = (tf : m) : (TF : M), e perciò [tf : m] : (TF : M) = tu : TV, e tf : TF = tmu : TMV, ed f : F = mu : MV, cioè le forze ſaranno come le maſſe moltiplicate pelle ſemplici velocitá.*

107. Quoniam $s : S = tu : TV$; Spatia itaque ſunt velocitatum effectus. [Auctor enim motum ſupponit uniformem] adeoque $e : E = s : S$; Ergo $e : E = tu$, TV, adeoque $s : S = ms : MS$, ac $s : S = mtu : MTV$. Duo itaque globi maſſarum inæqualium velocitatibus æqualibus, ac iiſdem temporibus inæqualia ſpatia deſcribent; Quod univerſali Phyſicorum ſententiæ opponitur.

108. Duo igitur effectuum genera a corpore moto productorum ſunt ſeduló diſtinguenda; Spatia libera deſcripta ſcilicèt, atque reſiſtentia ſpatia, h. e. obſtacula ſuperata; Spatia autem, quæ motu æquabili percurruntur, velocitatum ef-

effectus ſunt; nec horum effectuum menſuram ingredi poteſt maſſa; Spatia vero altera virium ſeu motuum effectus jure equidem dicenda, in quibus locum certe obtinet maſſa; Major enim, vel minor maſſa, eadem velocitate majorem, vel minorem motum producet; Quoniam itaque motum uniformem ſtatuit Italus Auctor, maſſa expellatur oportet; nec diſcrimen contemnendum quod adeſt inter effectus æquabili motu genitos ac eos motu retardato, vel accelerato productos.

Juxta Leibnitium vero $e : E = f : F$; tempora enim a virium determinatarum menſura penitus excludit; adeoque $ms : MS = f : F$, & $mtu : MTV = f : F$, vires nimirum, ſeu motus ſunt conjunctim ut velocitates, ac tempora.

109 Lubentiſſimè denique concedimus cum Phyſicis effectus motu uniformi genitos eſſe ſpatia eodem tempore deſcripta; Repugnat tamen hæc virium effectus adpellari; Spatia enim æquabili motu percurſa velocitatum effectus dicenda ſunt; Siquidem igitur viribus velocitates ſubſtituantur; Quoniam $f : F = mu : MV$, erit $u : V = mu : MV$; Quod repugnat; & maſſis rejectis erit $u : V = u : V$; idque non negant Leibnitiani. Profecto velox dumtaxat exiſtimandum corpus motu æquabili incedens; Quod forte agnoſcemus; ſiquidem in obſtacula incurrat; adeoque vis ſine reſiſtentia nulla eſt. Allucinantur

ita-

itaque , qui ex effectibus æquabili motu productis rectam motuum menſuram poſtulant;

Reiciamus nunc oportet novam quamdam demonſtrationem a P. Riccato diu excogitatam , qua vires vivas perquam clariſſime evincere facilé ſibi perſuadet , en ejus argumentum.

110. Repræſentet linea SA [*Fig.* 5.] funem elaſticam , cujus extremitas S immobilis hæreat ; extremitate vero altera globus *A* verſus punctam S indeſinenter trahatur per ſpatiolum infinite parvum *Ap* ; Quibus præmiſſis putat primo ; quod funis elaſticæ actio ex percurſo ſpatiolo *Ap* ſit ſupputanda ; quodve globus *A* per integrum ſpatiolum *Ap* æquabiliter impellatur quod nimirum elaſtica actio illa , eadem , atque conſtans per integrum ſpatiolum remaneat; ictuum enim dIfferentiæ ſunt infinite parvæ , quæ idcircò tuto contemni poſſunt.

Secundo. Quod effectus ab ejuſmodi vi elaſtica geniti poſſint iiſdem ipſis legibus æſtimari , quibus ſupputantur effectus ex deſcenſu gravium corporum verſus tellurem producti ; adeoque ſpatiolum *Ap* velocitatis quadrato proportionale ſupponit.

111 Sit nunc planum *A*D angulum S*A*D cum fune elaſtica S*A* conſtituens , ac ſupponatur , quod globus *A* ab elaſtica vi ſollicitatus ſequi debeat directionem plani *A*D, atque hoc conti-

tinuo premens deſcribat ſpatiolum *Ar* infinite parvum; Siquidem autem ex puncto *r* ducatur linea *rp* perpendicularis lineæ *AS*, actio tunc a fune *AS* impenſa in deſcriptione ſpatioli *Ap*, æqualis erit actioni ab eadem fune in ſpatioli *Ar* deſcriptione conſumptæ; funis enim elaſticæ actio, ex dictis, ſpatiolorum percurſorum ſequitur rationem; Spatiola vero infinite parva *Ap*, *Ar*, æqualia ſunt; Ex his deducit P. Ricatus conſenſum inter effectus a gravitate genitos, ac effectus productos ab illa vi elaſtica; cum enim idem globus *A* verticaliter per lineam *AS* deſcendat verſus telluris centrum, ac oblique per lineam *A*D, conveniunt Phyſici omnes, quod globus in punctis *p*, *r*, adquirat eamdem velocitatem, adeoque eamdem motus quantitatem; Jam vero corpus *A* dum movetur in recta linea *AS* (*Fig.* 6.) tractus a potentia *A*B, excipiat a potentia *A*C impulſum ſecundum directionem rectæ *A*C, quæ conſtituat cum potentia priori *A*B angulum B*A*C; & compleatur parallelogrammum BC, atque diagonalis *A*D ducatur; corpus tunc duabus illis potentiis ſimul agitatum deſcribet diagonalem *A*D eodem tempore, quo actum potentia *A*B percurreret ſpatium *A*B, vel potentia *A*C impulſum deſcriberet ſpatium *A*C; Lineæ itaque *A*B, *A*D, *A*C, deſignabunt veloci-

ta-

tates ; & quoniam diagonalis *AD* minor eſt ſummæ laterum *AB* , *AC* , velocitas itaque diagonalis , quam nempe corpus duabus ſimul potentiis *AB* , *AC* , actum ſibi comparat , minor eſt duabus velocitatibus lateralibus ſimul ſumptis , ſummæ nimirum velocitatum , quas produxiſſent potentiæ *AB* , *AC* ſejunctim agentes ; velocitates itaque nequeunt potentiarum , ſive earum actionis effectus dici . claudicaret enim inconcuſſum illud metaphyſicum principium , quod cauſſæ ſint effectibus proportionales ; hoc tamen metaphyſicum axioma procul dubio ſervaretur , dummodo admittantur vires vivæ ; Summa enim actionum a potentiis *AB* , *AC* , ſejunctim impenſarum , erit tunc æqualis actionis quantitati , ab iiſdem potentiis ſimul agentibus , hoc eſt a potentia diagonali *AD* conſumtæ ; Actio enim potentiæ ſeu funis elaſticæ *AB* trahentis globum *A* per ſpatiolum *Ap* , ut oſtendimus , æqualis eſt actionis quantitati , quam eademet potentia B impenderet ; ſi eumdem globum *A* traheret per ſpatiolum *Ar* ; Quod ſi hujuſmodi actio æſtimetur a potentia in ſpatiolum ducta repræſentabitur per rectangulum *AB*.*Ap* ; eodem modo demonſtratur actionem potentiæ *AC* trahentis globum per ſpatiolum *Aq* eſſe repræſentandam per rectangulum *AC*.*Aq* ; actionem vero diagonalis AD exhibendam per rectan-

ctangulum $ADAr$; Quoniam vero ex principiis geometricis deducitur , quod ſi ex aliquo diagonalis puncto r, ducantur perpendiculares, rp, rq, lateribus AB, AC, ſumma tunc rectangulorum $ABAp$, & $ACAq$; æqualis ſit rectangulo ADAr ; Summa itaque actionum potentiarum AB , AC ſejunctim agentium æqualis eſt actionis quantitati a potentia diagonali AD conſumptæ ; ac ejuſmodi æqualitas ſervatur tantum juxta P. Ricati opinionem , cum potentiarum actiones ſpatiis deſcriptis , hoc eſt velocitatum quadratis , ſint proportionales.

112. Principia vero omnia , quibus allata demonſtratio innititur , rejcit , & quidem jure, Franciſcus Maria Zanottus ; negat enim funem illam elaſticam gravitatis leges ſervare , atque deſcripta ſpatia eſſe actionis elaſticæ effectus , adeoque actionis quantitatem a percurſis ſpatiis poſſe ſupputari ; demonſtrat ſimul preſſiones a fune contra planum productas realiter eſſe actiones , quibus additis actionis quantitati contra globum ab elaſtica vi impenſæ deducit neceſſario Zanottus funem elaſticam majorem actionis quantitatem conſumere , ſi globum obliquè per ſpatiolum Ar trahat , ac ſi perpendiculariter cumdem globum per ſpatiolum Ap ſollicitet , adeoque vires vivas in punctis p , r , adquiſitas non eſſe æquales.

113

113. Sed hæc omnia concedamus tantiſper; quid inde? Carteſiana ſemper motus menſura ex illis quidem principiis deducitur; Ecquis enim ignorat ſpatiola *infinite* parva, ſpatiola nempe a corpore gravi tempuſculo elementari deſcripta, velocitatum ſimplicium ſequi rationem? Univerſaliſſimæ itaque Phyſicorum opinioni adverſatur P. Ricatus, qui ſpatiola illa ſupponit velocitatum quadratis proportionalia; corruit igitur præcipuum illius demonſtrationis fundamentum, adeoque actionis quantitas ex potentia in ſimplicem velocitatem ducta juxta ejus principia erit ſupputanda, eritque ſimplici velocitati proportionalis.

114. Et quoniam vires vivæ potentiis ſunt proportionales; vires vivæ itaque, ſeu motus quantitates ſunt ut gravitatis impulſus; adeoque ut tempora, aut velocitates; cumque motus temporum quadratorum ſequantur rationem; inæquales itaque motus quantitates æqualem velocitatem producunt; Siquidem enim tempuſcula æqualia ſupponamus; erunt & velocitatum incrementa æqualia; nimirum ut numeri 1, 1, 1 &c. motuum verò quantitates increſcent ut numeri impares 1, 3, 5 &c. Quod rationi abſonum nemo non agnoſcet.

115. Jam vero [*Fig.* 7.] actio diagonalis AD, ut docuimus §. 102. æqualis eſt actionis quan-

titati, quam producerent potentiæ laterales AB, AC, h. e. AT, A*m*, AQ, A*n*; ſimul agentes; Quoniam verò AT, AQ, æquales ſunt, atque oppoſitæ peribunt; Remanent itaque actiones A*m*, A*n*, quarum ſumma ex Geometria æqualis eſt diagonali AD, h. e. juxta Phyſicorum leges velocitati ab illis actionibus genitæ.

116. Quoniam autem A*r*, A*p*, A*q*, (*F.6.*) æquales ſunt, utpote quantitates infinite parvæ, & productum ex AD in A*r* æquale eſt ſummæ productorum AB in A*p*, & AC in A*q*, ſequitur quod diagonalis AD æqualis ſit ſummæ laterum AB, BD; Quod inconcuſſis Geometriæ principiis repugnat. Ex hoc denique argumento eadem oriuntur abſurda, quæ adnotavimus §. 104. 105.

Expendamus nunc Cl. Joannis Bernowillii argumenta ex elaterum natura deſumpta; quæ innumeris peritiſſimorum Mathematicorum demonſtrationibus præferenda voluit. Fig. 9.

117. Elater itaque dicitur angulus ABC, qui ſuapte natura quandam requirit latitudinem, adeo ut ab externa potentia compreſſus verſus oppoſitam plagam eam impellat, decreſcitque ejus vis in ratione latitudinis reciproca; Jam vero ſit elater ABC, cujus latitudo naturalis ſit AD, & extremitate A, premat immobilem obicem XY; extremitas vero altera C compri-

primatur ab externa vi corpori C adplicata, donec adquirat latitudinem AC; Quamvis autem ex elateris natura innoteſcat, hujus vim in latitudinis inverſa ratione decreſcere; Siquidem tamen integra baſis AD in particulas infinite parvas *Cm*, *mn*, *no* &c. dividatur; elateris vis tunc ſupponi tuto poteſt eadem, atque conſtans per integra illa ſpatiola.

118. Sit quoque elaterum ſeries EN, quatuor elateres continens; (*Fig.* 10.) cujus latitudo naturalis ſit EO, & extremitate E premat invincibile obſtaculum XY; extremitatem vero alteram comprimat externa vis corpori N adplicata; Si baſis itaque EO diviſa intelligatur in æquales particulas infinite parvas *Nr*, *rs*, *st* &c. erit etiam hujus ſeriei preſſio æqualis in omnibus illis particulis; Sint autem elater ABC, ac ſeriei elateres magnitudine æquales, ac elaſticitate, æqualiterque compreſſi; His præmiſſis conveniunt Phyſici omnes, corpora NC æqualiter premi, quamvis inæqualis ſit elaterum numerus; corpora enim premuntur tantum extremitatibus N, C, cum extremitates L, A, verſus partem oppoſitam tendant, ac deſtruantur earum vires; vis nimirum extremitatis A ab invincibili obſtaculo XY, vis vero extremitatis L a contraria vi elateris IKL; ita ut reliqui elateres remaneant æquilibrati.

 119.

119. Cum autem ſe reſtituant tum elater ABC, tum ſeriei elateres, temere putat Bernovillius, eadem vi impelli corpora N, C, gravitatiſque leges ſequi, ac idcirco ſpatia deſcribi velocitatum quadratis proportionalia; velocitates autem in fine deſcriptorum ſpatiolorum Nr, Cm, adquiſitas eſſe in ſubduplicata eorumdem ſpatiolorum ratione nempe ut 2:1; Spatiolæ enim ſunt ex hypotheſi ut 4:1, hinc deducit Bernovillius, repugnare velocitates dici elaterum effectus; Quadruplus enim elaterum numerus duplam tantum producit velocitatem; admittantur itaque oportere effectus alii, qui ſint ut velocitatum quadrata, ſeu cauſſis, elateribus ſcilicet proportionales, atque hujuſmodi effectus a Bernovillio vires vivæ nuncupantur.

120. Sit nunc elaterum ſeries A, B, (*Fig.* 11.) qui primum ab inæqualibus corporibus A, B, quorum maſſæ ſunt ut 4:1, compreſſi, deinde ſe reſtituant; Quoniam hæc corpora quolibet momento æquabiliter premuntur; erunt incrementa velocitatum a corporibus adquiſitarum in reciproca maſſarum ratione, cumque ea velocitatum incrementa ſint partes ſimiles velocitatum, a corporibus, facta integra reſtitutione, ſibi comparatarum, erunt etiam integræ velocitates in ratione magnitudinum inverſa; adeoque

que motus quantitates eorumdem corporum erunt æquales; Sit inde celeritas corporis A = a, corporis verò B = b, erit itaque A : B = b : a adeoque Aa = Bb; tempora autem, quibus ſeries in corpora agit, æqualia ſunt; ſeries enim ſimul incipit, ac deſinit; Jam vero ſi linea AB ita dividatur in C, ut CB quadrupla ſit lineæ CA, erit equidem C commune gravitatis centrum, quod immotum manebit; quamvis increſcat diſtantia AB, globis verſus oppoſitas plagas incedentibus; Inconcuſſum enim eſt apud Mechanicos, quod ſi punctum, ex quo ſuſpenſa corpora manerent æquilibrata, ita ſitum ſit, ut ſi ab eo ſuſpenſa corpora recedentes velocitates adquirant magnitudinibus reciprocè proportionales; punctum illud, commune ſcilicet gravitatis centrum, manebit in quiete; Cum itaque poſt elaterum reſtitutionem, velocitates recedentium corporum A, & B, ſint eorumdem maſſis reciproce proportionales, idem tunc etiam maneat eorum gravitatis centrum C neceſſe eſt. Diſtantia itaque CB quadrupla ſemper erit diſtantiæ AC, adeoque elateres quatuor diſtantiam illam occupabunt; hanc verò elater unus AC; Quoniam vero cauſſa, quæ contra corpus B agit quadrupla eſt illius, quæ agit contra corpus A, quadruplus itaque oportet ſit effectus a priori cauſſa genitus; nequit autem hujus cauſſæ effectus di-

dici motus quantitas; hæc enim eadem eſt in duobus corporibus; nec velocitas, ut §. 119. demonſtravimus; dari itaque debet effectus quadruplus, quem vis viva exhibet.

121. Sunt autem ex dictis velocitates corporum recedentium, ut eorum maſſæ reciproce, adeoque ut eorum diſtantiæ a gravitatis centro nempe $CA : CB = a : b$; eſt vero hoc punctum C inſtar firmi obicis, qui utrinque ab elateribus premitur; quare elateres vires ſuas communicant, quæ erunt in ratione ſuorum numerorum, ut ſuperius diximus, ſive ut diſtantiæ AC, BC, hoc eſt ut $a : b$; Dicantur igitur V, vires in A, u, vires in B, erit itaque $V : u = a : b$; Invenimus autem $Aa = Bb$; Quare priores quantitates cum hiſce æqualibus multiplicatæ eandem ſervabunt rationem, erit nimirum $V : u = Aa . a : Bb . b = Aa^2 : Bb^2$, erunt itaque vires in ratione compoſita ex maſſis, & velocitatum quadratis.

122. Quamvis eamdem preſſionem exerceant contra globos elateres illi, dum compreſſi remanent; globi enim tunc urgentur tantum elateribus ABC, LMN, (*Fig.* 9. 10.) ſeu potius extremitatibus C, N; reliqui enim ſeriei elateres inter ſe æquilibrantur; Cum tamen ſe reſtituant, corpora tunc impelluntur vi elaterum numero proportionali; tunc enim contra corpus N, agunt

ſi-

ſimul omnes ſeriei elateres ; etenim elateris LMN vis, cum latitudinem LR adquirit, imminuitur, adeoque reſiſtentia decreſcente, tollitur quidem æquilibrium, ac elater IKL verſus N movebitur; Idem dicendum de reliquis. Unde elateribus omnibus contra corpus N ſimul agentibus, velocitas genita elaterum numero proportionalis ſit oportet, nempe quadrupla.

123. Hujuſmodi autem elateres ſupponuntur a Bernovillio immateriales, ac incorporei. Elaterum itaque nomine ſimplices preſſiones intelligat oportet, quæ nullo alio ſubjecto inhærentes ipſi corpori immediate adplicatæ exiſtimandæ ſunt; Cum itaque proponit Bernovillius corpus N quatuor elateribus impulſum, intelligit corpus illud a quatuor preſſionibus agitatum, quæ quadruplum producant effectum, neceſſe eſt; adeoque quadruplam velocitatem.

124. Sed quid quæſo intelligit Bernovillius, quadruplam contendens elaterum ſummam, qui diſtantiam CB(*Fig.* 11.)occupant? quadruplam fortaſſe magnitudine, aut extentione? ſed immateriales, atque incorporeos ſupponit elateres illos; aut quia quadruplam producat actionem? ſed juxta Bernovillium eamdem preſſionem generat elaterum ſeries, quam elater ABC producit; Elateres itaque Bernovilliani non ſunt, niſi quinque preſſiones æquales, quarum quatuor ſimul cum-

dem

dem producunt effectum, quem reliqua preſſio; Quod repugnans quidem eſt.

Cæterum aut quatuor illi elateres, ſeu potius preſſiones, ſimul agunt in corpus, vel agit tantum unica preſſio; ſi primum; quadruplum producant effectum neceſſe eſt, adeoque quadruplam velocitatem; ſin vero ſecundum; æqualis quidem erit effectus, ac repugnat effectus quadruplus; nam tribueretur tunc effectus cauſſæ, quæ non agit; reliqui enim elateres EFC, CHI, IKL, in corpus prorſus non agunt; ac inæquales effectus produceret eadem actionis quantitas.

125. Sed ſupponamus nunc [*Fig.* 10.] ſeriem EN, ex 5. 6. 7. *&c.* elateribus conſtitutam, tunc equidem corpus N eamdem patietur preſſionem, quam accepiſſet a priori ſerie ex 4. elateribus conflata, ac proinde, cum ſe reſtituet ſeries illa prior, eamdem velocitatis quantitatem corpori communicabit, quam produxiſſet poſterior ſeries in idem corpus agens; Jam verò quoniam dari debent effectus, qui proportionales ſint elaterum numero juxta Bernovilliana principia, dari itaque debet in corpore N, vis viva = 5. 6. 7. &c. cum autem velocitates ab inæqualibus illis ſeriebus genitæ æquales ſint; quippe quæ ab eadem preſſione genitæ; vires vivæ itaque nunc velocitatum quadratis æquales erunt,

nunc

nunc iiſdem quadratis majores, nunc minores; Quod Leibnitianorum opinioni, ac ipſius Bernovillii principiis adverſatur.

126. Diſcat igitur Joannes Bernovillius; quod, cum aſſerunt Metaphyſici, cauſſas eſſe effectibus proportionales intelligunt, cauſſas, quatenus agunt, earum nempe actiones eſſe effectibus proportionales & quoniam æquales cauſſæ poſſunt perſæpe inæquales actiones exerere, & e contra cauſſæ inæquales actiones æquales producere; poſſunt itaque non raro effectus, qui actionum conſtanter ſequuntur rationem, cauſſis tamen non eſſe proportionales; Quamvis itaque cauſſa quadrupla ſit, quadruplus nimirum ſit elaterum numerus (ſed huic cauſſæ nomen immerito tribuimus in præſenti exemplo,) eumdem tamen effectum producat oportet, quem generat elater ABC; juxta Bernovillium enim tum elaterum ſeries, tum elater ABC, eamdem exerunt actionem, ſcilicet preſſionem æqualem, adeoque æqualem effectum debent producere, hoc eſt eamdem velocitatem, ac motum eumdem; quæ in corpore N ſunt dupla in fine ſpatioli Nr, quia duplum tempus aſſumitur; Spatiolum enim Nr quadruplum ſupponitur; Bernovillii itaque argumentum Carteſianam motuum menſuram potius evincit, adeoque corruit demonſtratio ex motibus corporum B, & A petita.

127. Conveniunt autem Mathematici, quod ſpatiola a corpore gravi elementari tempuſculo deſcripta ſint velocitatibus ſimplicibus proportionalia; Decipitur itaque Bernovillius, qui ſpatiola *Nr*, *Cn* ſupponit velocitatum quadratis proportionalia; Siquidem itaque quadruplum ſit ſpatiolum *Nr*, quadrupla etiam ſit oportet velocitas adquiſita, adeoque elaterum effectus jure dicendæ ſunt velocitates; Procul itaque abeant vires vivæ in malam rem.

128. Valde autem miror, quod Bernovillius præcipuum ſui argumenti fundamentum, cui nempe tota demonſtrationis vis, atque robur innituntur, certum, atque inconcuſſum gratis ſupponat, æqualitatem nimirum actionum, quam exerunt tum elater ABC, tum elaterum ſeries, cum primum ſe reſtituant, quam negant Mathematici penè omnes, inter quos Eraclitus Manfredi celeberrimus Italiæ Medicus, ac peritiſſimus Geometra, qui vocans *np*, preſſionem illam qua ſeries aliqua elaterum ſeſe reſtituens globum impellit, hoc eſt preſſionem elaterum numero oſtendens proportionalem, calculum inſtituit, quo Newtonianam motuum menſuram evidenter confirmavit; Eumdem fere calculum invenit P. Negri Barnabita Mathematicus præſtantiſſimus.

129. Calculo tandem ſuperius deſcripto demonſtravit $V:u$ eſſe ut elaterum numeros, adeoque

ut

ut $a:b$ literis V, u, autem vim vivam corporum A, & B deſignavit, atque a, & b, vocavit velocitates eorumdem corporum; Qua fronte itaque vires vivas velocitatum quadratis vult proportionales? cur autem velocitates a, & b, per quantitates Aa, & Bb, ſunt multiplicandæ? Quod ſi eædem velocitates a, b, ducantur per æquales quantitates $2Aa$, $2Bb$, aut $4Aa^2$, $4Bb^2$ *&c.* erunt procul dubio $V:u = 2Aa^2 : 2Bb^2 = 4Aa^2 : 4Bb^2$ &c. dicendum erit itaque, quod vires vivæ, ſeu motus quantitates ſint ut dupla, vel quadrupla &c. productorum ex maſſis in velocitatum quadrata.

En Muſſhenbroek argumenta duo elem. phyſ. t. 1, §. 190. [*Fig.* 12.]

130. „ Formetur triangulum rectangulum BAC in cujus latera AB capiantur partes infinite parvæ AD, DF, FH &c. æquales, quæ deſignent gradus velocitatis: uti AD primum, DF ſecundum, FH tertium; Ducatur DE ad baſim BC parallella deſignatura potentiam gradum primum velocitatis AD communicantem; tum FG baſi parallela, quæ erit duplo major, quam DE, repræſentabit duas potentias, quæ ſecundum gradum velocitatis DF cum corpore communicant; & ſic deinceps: verum omnes rectæ

DE, FG, HI ſibi infinite propinquæ complebunt, ſecundum doctrinam Cavallerii de indiviſibilibus, totum triangulum ABC; hinc ſumma potentiarum moventium corpus ex quiete ad velocitatem FH, erit ad ſummam potentiarum moventium idem corpus ex quiete ad velocitatem RB; uti triangulum AHI, ad triangulum BAC; Sed ſunt hæc ambo triangula ſimilia; erunt ergo potentiæ, quæ velocitates AH, AB, in corpore excitant, in ratione duplicata velocitatum; Sed uti eſt numerus potentiarum in corpus agentium, ita eſt vis in corpore producta; ſunt itaque vires in corpore moto in ratione duplicata velocitatum,,.

Et §. 194. addit *Fig.* 13.

131. ,, Sit elater Chalybeus AB annexus cylindro cavo F, cauda C inſtructo; hæc eſt cauda variis inſtructa foraminibus, tranſitque per rimam laminæ firmæ DE, cui dum elater AB vi apprimitur, tenditur, eaque intentione, ſtilo per foramen aliquod caudæ C tranſmiſſo, tenetur; cylindrus ceteroquin ex filis penduli inſtar libere ſuſpenditur ad machinam percuſſoriam; laxamento caudæ dato, cylindrus F ab elatere AB ſe reſtituente pelletur ad altitudinem aliquot graduum, celeritatem ejus indicantium; ſint hi = 10 erunt vires hujus cylindri F = 100. fiat idem cylindrus, immiſſo pon-

de-

dere ; duplo gravior ; tendaturque elater AB adcurate pari modo, ac antea ; liberata iterum cauda C, reſiliet ad 7, 07 gradus ; nam vires 100. communicantur cum ipſo nunc, uti ante ab elatere : 100. diviſa per 2. maſſas, relinquunt 50. pro una, qui numerus exprimit in hac experientia velocitatis quadratum, cujus radix eſt 7, 07. Si verò vires forent in ratione velocitatis, & maſſæ, ex opinione Merſenni, eſſent in primo caſu = 10., quæ diviſæ poſtea per 2 ſive per corpus duplo gravius, darent velocitates 5 ; quas numquam experientia exhibet.

132. Ad primum ergo dicendum ; quod repugnat potentiam, ſeu actionis quantitatem, quæ velocitatem AH producit, repræſentari per triangulum HAI ; illa enim velocitas oritur ex ſumma ſingulorum incrementorum AD, DF &c. Quæ quidem incrementa non oriuntur ex actionis quantitatibus, quæ ſingulis æqualibus tempuſculis corpus impellunt, ſed ex actionis, ut ita dicam, incrementis tantum ; Velocitas itaque AH a potentia HI producitur, adeoque velocitas AB oritur ex potentia BC ; velocitas igitur AH eſt ad velocitatem AB, ut HI ad BC ; allatum idcirco argumentum vires vivas velocitatibus ſimplicibus proportionales evidenter demonſtrat,,.

133.

133. Ad ſecundum vero; altitudines illæ a cylindro percurſæ exhibent ſpatia deſcripta, quæ ſunt ut velocitatum quadrata, quæve vires vivas exhibeant oportet; erunt itaque 10 : 7, 07 = 2 : 1 quod eſt abſurdum; motus tamen ſint opus eſt ut 10 . 1, & [7,07] . 2 quæ ſunt inæqualia; Aliquid humani autem paſſus eſt, quippe qui velocitatum quadratorum quadrata contulit, quive arbitratus eſt, eamdem potentiam inæqualibus corporibus, quorum maſſæ ſint ut 1, & 2, velocitates communicare, quæ ſint ut 10. ad 7. 07; Velocitates enim ab eadem potentia a corporibus inæqualibus ſibi comparatæ ſunt in ratione maſſarum inverſa; ſiquidem itaque velocitatem 10. communicaverat elater priori cylindro, ſubdupla velocitas = 5 adquirenda quidem eſſet a duplo graviori cylindro; Quod ſi id numquam exhibuit experientia, aut experimentum fuit minus adcuratum, aut deſcripta ſpatia non ſunt adæquati velocitatum effectus, aut exſtraneæ aliæ cauſſæ ad id effectum producendum contulerunt.

134. Juxta Muſſhenbroek autem principia (elem. phyſ. t. 1. §. 161.) potentiarum prementium actiones rationem compoſitam habent ex maſſis, & obſtaculorum velocitatibus; adeoque ſi maſſæ æquales ſint, actiones velocitatum tantum rationem ſequuntur, idque confirmat §.

186.

186., en ejus verba = *& erunt potentiæ accelerantes in ratione celeritatis* = concedit etiam virium vivarum quantitates eſſe potentiarum actionibus proportionales; Quo itaque jure Leibnitianam virium æſtimationem ſtudet evincere?

Audiamus quæſo Cl. Jacquier, qui hanc de viribus vivis quæſtionem in ſolo nomine poſitam eſſe facile ſibi perſuadet, inſtit. phyſ. ſect. 2. p. 1. c. 1. §. 8.

135. „ Verum quamvis inter celeberrimos viros hodie acrius ferveat Philoſophica lis illa, eam tamen in ſolo nomine poſitam eſſe mihi facile perſuadeo; Etenim ſi vis nomine intelligatur reſiſtentiarum ſumma, quam obſtacula quælibet corporis motui afferunt; jam nulla difficultas eſſe poteſt, & quidem evidens eſt, quantitatem motus amiſſam tempore infiniteſimo eſſe ut productum ex reſiſtentia in tempus infiniteſimum, ac proinde reſiſtentia tota eſt ut productorum illorum ſumma, ſive ut tota quantitas motus amiſſa; Porrò virium notioni convenientiſſimum eſt, vim corporum hoc modo æſtimari; nullam enim obſtaculi ideam habemus, niſi quatenus reſiſtit, ac proinde reſiſtentiarum ſumma ſive quantitas motus amiſſa, quæ eidem reſiſtentiæ proportionalis eſt, conſiderari poteſt tamquam obſtaculum ſuperatum; ac proinde vires vivæ hoc modo conſideratæ ex producto maſ-

ſæ

ſæ in velocitatem æſtimari debent ,, .

n. 136. ,, At ſi nomine vis vivæ intelligatur alter effectus , puta numerus obſtaculorum , quæ ſuperantur ; jam alia prodit virium menſura ; Etenim ponamus globum aliquem proijci in elaſtrorum ſeriem velocitate dûplo , triplo majori; in primo caſu elaſtrorum compreſſorum numerus erit quadruplo major , in caſu ſecundo , erit major nonuplo , & ita deinceps ; quod facile patet ; nam quo majus eſt ſpatium percurſum , eo major eſt elaſtrorum , quæ in ſpatio continentur , numerus ; ac proinde numerus elaſtrorum eſt ut ſpatium percurſum , hoc eſt , ut quadratum velocitatis ; Itaque patet totam queſtionem huc revocari ; an vires vivæ æſtimari debeant ex primo , vel ex ſecundo effectu , nempe ex ipſo reſiſtentiarum ſumma , vel ex ipſa obſtaculorum numero ; Præterea obſervandum eſt effectum aliquem majorem longiori tempore produci ; Ita ſi diverſis velocitatibus in exemplo præcedenti , proijciantur globi contra plura elaſtra , globus , qui dupla velocitate proijcitur, quatuor elaſtra comprimit , ſed longiori tempore , ſcilicet duplo ; ac proinde mirum non eſt, quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat ; Pari ratione corpus ſurſum projectum velocitate dupla ad quadruplam altitudinem adſcendet , ſed tempore duplo .

Ad-

Addunt Newtoniani.

137. Quoniam corpus B velocitate dupla primo adſcenſus tempore ſpatium 3x deſcribit, dum corpus A eodem tempore unico velocitatis gradu ſpatium x percurrit integri motus jactura, ac corpus B amittit unum tantum gradum ſui motus; reſiſtentiæ enim temporibus, quibus eadem obſtacula agunt, ſunt proportionales, ac reliquo motus gradu ſpatium x deſcribit ſecundo tempore; Siquidem itaque eadem corpora A, & B contra elaſtrorum ſeriem impellantur; corpus B tunc dupla velocitate, ac dupla motus quantitate tria elaſtra comprimet unius motus gradus jactura; dum corpus A integra motus quantitate amiſſa unum tantum elaſtrum comprimit; Corpus B autem reliquo motus gradu alterum comprimet elaſtrum eodem tempore; Et quoniam velocitas dupla, adeoque duplus motus extinguntur tempore duplo; non ergo effectus quadruplus, cum velocitas ſit dupla, a quadruplo motu producitur; nempe, quia motus ſunt, ut velocitatum quadrata, Sed quia effectus rationem habent compoſitam ex cauſſis, atque temporibus; adeoque ſpatia percurſa, fovearum profunditates, elaſtra compreſſa &c. ſint oportet, ut motus, ac tempora; quæ rationes cum ſint æquales, rationem producunt velocitatum, aut temporum duplicatam.

138. Cur quæſo repugnat reſiſtentias ſequi obſtaculorum rationem, ac præſertim in ſpatiis a corpore gravi adſcendente percurſis? Æqualibus enim temporibus, quibus agunt obſtacula, nonne majori obſtaculorum numero major oritur reſiſtentia? ac iiſdem manentibus obſtaculis, nonne eo major eſt reſiſtentia, quo diuturnius eſt tempus? reſiſtentiæ itaque rationem habent compoſitam ex obſtaculis, ac temporibus; Ecquis autem ignorat obſtacula a corpore aſcendente ſuperata non eſſe deſcripta ſpatia, ſed geminatos gravitatis ictus, qui cum iidem conſtanter ſupponantur, reſiſtentiam producunt temporibus quidem proportionalem; aut itaque motus quantitas ex reſiſtentiarum ſumma æſtimetur, aut ex obſtaculorum numero, ſequitur proculdubio vires vivas eſſe velocitatibus ſimplicibus proportionales.

139. Ex dictis clare liquet quam maximè eos allucinari [ut §.17. 18. diximus;] qui effectus ab elaſtris, vel a materia mota, aut translata productos iiſdem legibus ſupputant, quibus æſtimantur ſpatia a gravibus corporibus percurſa, quive idcirco mendoſe arbitrantur, dupla velocitate quadruplum elaſtrorum numerum comprimi poſſe, ac tempore duplo, aut quadruplam materiæ quantitatem moveri, aut transferri; temere exiſtimantes obſtacula in motu a gra-

gravitate retardato ſuperata eſſe ſpatia deſcripta ; Jam vero quoniam corpus dupla adſcendens velocitate duplum tantum obſtaculorum numerum ſuperat, duplum itaque elaſtrorum numerum comprimat oportet corpus dupla velocitate juxta adverſariorum ſententiam.

140. Quoniam autem reſiſtentiæ, adeoque motus jacturæ, rationem obſtaculorum ſequuntur temporibus æqualibus ; cumque corpus B primo communi tempore dupla velocitate triplum elaſtrorum numerum comprimit ; dum corpus A integri motus jactura unum tantum comprimit elaſtrum ; Corporis B igitur motus jactura tripla erit ; cumque ſecundo tempore alterum comprimit elaſtrum, & alterum motus gradum amittat oportet ; Corpori B itaque quadruplus erat motus ; Quod Newtonianæ adverſatur opinioni.

141. Sed concedamus tantiſper motus jacturas ſequi tantum temporis rationem, quid inde? repugnabit equidem corpus dupla motus quantitate, aut quadrupla poſſe quadruplum obſtaculorum numerum ſuperare, ac tempore duplo, Dupla enim vis tunc tantum tempore duplo quadruplum producit effectum, cum ſcilicet motus eſt uniformis, cum nimirum eadem ſemper remaneat vis ; ut effectus enim rationem compoſitam habeant ex cauſſis, atque temporibus, requiritur, ut cauſſa eodem modo ſemper agat;

 Quo-

Quoniam vero in motibus retardatis vis continuo decreſcit; nequit idcirco allata lex ſervari; Cum dupla vis itaque primo tempore duplum obſtaculorum numerum ſuperet, aliqua quidem vis quantitas conſumetur oportet, adeoque vis quantitas ſuperſtes, utpote priori minor æquali tempore effectum producere debet duplo minorem; adeoque effectus integer quadruplo quidem minor eſt. Jamverò impellantur duo globi A, & B, contra elaſtrorum ſeriem, ſitque velocitas corporis A ſubdupla velocitatis corporis B; Siquidem igitur globus A integri ſui motus jactura comprimat elaſtrum unum tempore x, corpus B tunc dubio procul idem elaſtrum comprimet tempore = x: 2. Motus itaque quantitas a corpore B conſumta erit = 1 : 2; Motus autem quantitas reliqua erit = 3 : 2; adeoque tempus, quod requiritur ad comprimendum ſecundum elaſtrum, priori tempore ſit majus oportet; Corpus B enim minorem nunc habet motum; adeoque major erit vis in compreſſione ſecundi elaſtri impendenda. Siquidem itaque dupla vi impendit tempus = 1 : 2, vi = 3 : 2 impendet equidem tempus = [2. 1 : 2] : (3 : 2) = 2 : 3. Motus itaque quantitas conſumta erit = 2 : 3; Vis autem reliqua, ſeu motus reliquus eſt = 5 : 6. Si itaque vi dupla conſumſit tempus = 1 : 2, motu = 5 : 6 impendet tempus = (2:2):

(5:6

(5:6) = 1+1:5. Motus igitur, ac tempus, quæ ad tria elaſtra comprimenda requiruntur, ſunt = 1:2+2:3+1+1:5 = 2+11:30.

142. Aliter: ſi globus A, cujus motus eſt ſubduplus, integrum ſuum motum impendens unicum elaſtrum comprimit, corpus B tunc motu duplo comprimet eodem tempore elaſtra duo; adeoque motus conſumti quantitas erit = 1, reliquo itaque motu = 1 comprimat opus eſt eodem tempore alterum elaſtrum; Integer itaque corporis B effectus triplus tantum erit.

143. Eadem ſequuntur abſurda, ſi ſupponatur corpus B quadrupla motus quantitate præditum, ac eodem modo calculus inſtituatur; tunc enim invenietur, quod corpus B effectum producet quadruplo majorem, ac tempore duplo minori; corruit itaque Carteſianorum, ac Newtonianorum argumentum; Claudicat Domini Jacquier demonſtratio.

144. Quæ cum ita ſint adverſariorum demonſtrationum vim omnem, atque robur jam penitus everſa quis non intelliget? Jam vero corruunt quidem argumenta a ſpatiis deſcriptis deſumta, atque ex foveis excavatis; Hæc enim repugnat primo adæquatos dici motuum effectus §. 31. uſque ad §. 44.

Si ſpatia enim ſint motuum effectus adæquati, ſpatium ſecundo deſcenſus tempore duplum ſit opor-

tet

tet juxta Carteſianos, quadruplum verò ſecundum Leibnitianorum ſententiam §. 31.

Juxta Leibnitianos autem motus jacturæ ex obſtaculis ſuperatis ſunt ſupputandæ; Quoniam itaque obſtacula a corpore adſcendente ſuperata ſunt gravitatis ictus, qui temporum rationem ſequuntur, erunt motus ſimplicibus velocitatibus proportionales §. 32.

Inconcuſſum eſt apud Phyſicos potentiæ actionem, cui ſemper æqualis eſt effectus, ſupputari tuto poſſe ex obſtaculi magnitudine, ac ejuſdem velocitate; adeoque motus quantitates in fovearum productione conſumtæ ſunt in ratione velocitatum triplicata §. 33.

Ut ut juxta Carteſianos tempus motuum determinatorum menſuram ingrediatur; motus tamen velocitatum quadratorum rationem ſervent oportet, §. 36.

Deſcripta ſpatia velocitatum effectus potius dicenda ſunt; adeoque velocitates ſunt ut velocitatum quadrata; Quod eſt abſurdum §. 39.

Secundum Newtonianorum, ac Leibnitianorum principia fovearum profunditates eaſdem leges conſtanter, eamdemque rationem ſequantur oportet; at contrarium docent experimenta; idem enim globus e diverſis decidens altitudinibus foveas inprimit, quæ nunc altitudinum rationem ſequuntur, nunc vero ipſarum altitudinum

ra-

rationem ſubduplicatam; experimenta autem Merſenni, Riccioli, ac Petri de Martino adverſantur Leibnitianorum experimentis §. 40. 44.

Ad foveas producendas concurrunt præter motum diverſa obſtaculorum, ſeu materiæ denſitas, tum gravitatis vis, quæ contra corpus agit, dum foveas generat §. 41.

Integra autem ſpatia, ac fovearum profunditates, deſcribuntur ſumma motuum reliquorum ſingulis æqualibus tempuſculis; nobis tamen ſumma decrementorum omnium eſt inquirenda §.41.

Ut adæquatus vero dicatur effectus cauſſæ identitas requiritur §. 42.

Experimenta demum de apparentia tantum fidem exhibent, non de rerum realitate; hæc enim intellectus objectum eſt §. 43.

Claudicant quoque argumenta ex corporum perfectè elaſticorum occurſu deducta.

Primo enim peccant principii petitione; namque, ut innoteſcat motus poſt colliſionem requiritur motus ante occurſum §. 92.

2. Non eadem motus quantitas exiſteret in natura poſt colliſionem, quæ ante occurſum aderat admiſſa Leibnitiana motuum menſura §. 94.

3. Illud autem principium, motus ſcilicet æqualitas ex ſola elaſticitatis natura, atque ex actionis, & reactionis æqualitate, nec non ex recto corporum occurſu unicè pendet; Siquidem

enim

enim globi non fuerint elaſtici, aut obliquè occurrerint, velocitatum quadratorum æqualitas, virium ſcilicet vivarum non ſervaretur §. 95.

4. Conveniant tandem oportet, utrum quantitas ſigno negativo affecta ſubtrahenda potius ſit, an vero ſit addenda.

Objectio autem ex motus compoſitione deducta nullo negotio reijcitur; Effectus enim cauſſarum actionibus ſunt proportionales §. 102. 103. 104. 105.

Ex eodem effectus, & actionis æqualitatis principio evertitur argumentum Bernovillianum de elateribus, aliiſque rationibus deſcriptis §. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128.

FINIS

Digitized by Google

CAPITOLO

DELLE

NOVELLE LETTERARIE FIORENTINE.

Numero 37. *Firenze* 12. *Settembre* 1777.

PALERMO

WILHELMI SILII *Meditationes Phyſico-Mathematicae de recta virium vivarum menſura, ſive motionis aeſtimatione. Panormi* 1774. *ex reg. Typogr. D. Joſephi Epiro*, in 4. di pag. 104.

Quantunque il preſente Libro ci ſia pervenuto alquanto tardi, nonoſtante abbiam creduto noſtro dovere l' annunziarlo, sì per l' importanza dell' argumento, come per la novità del ritrovato ch' ei contiene. Cominciamo dal far conoſcere l' Autore, che è traſportatiſſimo per lo ſtudio della Mattematica, pieno di talento per la medeſima, e che ne à data queſta maniſeſta riprova nell' anno ventuneſimo dell' età ſua; *Id tandem*, egli dice nella ſua breve Prefazione, *Silentio penitus praetereundum non videtur, me ubi primum ad haſce Meditationes conſcribendas animum appuli, unum vix ſupra vigeſimum aetatis meae annum attigiſſe; nec ullum in Mathematicis diſciplinis addiſcendis Praeceptorem audiiſſe. Quod non ad augendam gloriam, ſi forte res bene ſe habeat: ſed ad minuendum citius erroris, ſiqui irrepſerit, turpitudinem praemonitum Lectorem volo*. Lo che mentre egli dice coll' unico oggetto di guadagnarſi la benignità, e l' indulgenza de i Mattematici più accreditati, vien piuttoſto a conciliarſi la ſtima de' medeſimi, e la conſiderazione. La novità del già detto ſuo ritrovato conſiſte in una Formula, che quantunque non nuova interamente, à però acquiſtato da lui la proprietà di conciliare a maraviglia i due partiti, Neutoniano, e Leibniziano, in materia di Forze Vive, e di

Moto

Moto. Ognuno, che ſia mediocremente al fatto delle Scienze Fiſico-Mattematiche sà beniſſimo con quanto impegno ſiaſi diſputato ſopra di ciò. Si ſono immaginate dimoſtrazioni, ſi ſon tentati eſperimenti, ma ſenza frutto; con gran diſdoro della ſolidità delle Mattematiche diſcipline la controverſia à ſuſſiſtito. Qual dunque è il pregio del noſtro giovane Siciliano, che vien quaſi mediatore a diſcoprire in primo luogo qual abbia avuta origine la diverſità dei ſentimenti, e poi a ricomporli, e farli proceder d' accordo? L' ordine, e là concatenazione di tutte le parti, l' eſattezza dei calcoli, e la chiarezza delle dimoſtrazioni concorrono a render commendabile queſto Libro. Egli è ſtato già analizzato, e perciò ci riſparmiamo la fatica di farlo di nuovo. Il P. *Giuſeppantonio Guglieri* Lettor di Fiſica e Mattematica nel Seminario di *Monreale* à ſcritto come appreſſo in una ſua dotta Lettera ſtampata al *M. R. P. Gravina* Caſſineſe, e Canonico della Cattedrale di eſſa Città:

„ Sieno grazie al Sig. *Silio*, il quale con queſto ſuo aureo libro ci propone una materia non nuova, ma una nuova maniera di ſcoprire, come dal calcolo dell' uno, e dell' altro partito ne riſultino gl' isteſſi pieni effetti, e d' onde naſca queſto fin' ora creduto miſtero, che ſi abbia lo ſteſſo momento tanto dal rettangolo della ſemplice velocità nella maſſa, quanto dal quadrato della ſteſſa velocità nella maſſa iſteſſa. Dopo aver egli dimoſtrati i paralogiſmi preſi sì da' Newtoniani, che da' Leibniziani; oh come ſi vede da chiunque legge queſto profondiſſimo Razziocinatore, il perchè da principj oppoſti ſe ne ricavaſſe la medeſima conſeguenza! Io l' ò ſempre detto, che l' ingegno de' Siciliani è acuto, se altro ve ne può eſſer mai; ma ora mi ſorprende queſto Giovane, il quale nell' età di venti anni è giunto a ſcoprir tanti abbagli preſi dai due *Bernoulli*, dal *Volfio*, dal *Poleni*, dal *Zanotti*, da *Deſa-Guglieri*, da *Mac-Laurino*, da *Mairano*, e da tanti altri, che anno ſcritto delle *Forze vive*,

e di-

è dimoſtrar evidentemente con quella ſua *forza elementare*, e coll' *elementare tempo*, che anche i grand' uomini anno potuto prendere de' grandi abbagli nel pericoloſo paſſaggio dalla Geometria alla Fiſica. Egli con una formola nuova, ſe volete, a chi non à mai o veduto, o poſto mente alla dottrina degl' *infiniteſimali* del *Cavaglieri*, uno de' diſcepoli del gran *Galilei*; ma in verità già ſtabilita da queſto grand' uomo con l' ajuto del voſtro concittadino *Giambattiſta Hodierna* di lui condiſcepolo, che morì poi Arciprete di *Palma*; egli, diſſi, è venuto a capo del ſuo intento, cioè di far vedere come tanto $m. v = M$, quanto $m. v^2 = M$; lo che appunto è ſtato fin' ora giudicato un paradoſſo, ed à meſſo a rumore tutta la dotta *Europa*, perchè v. ſi è ſempre preſo per quantità determinata, e finita, eſſendo in ſe una quantità indeterminata, e infinitamente picciola, e perciò dover ne' calcoli delle forze de' corpi eſſere affetta col ſegno indefinito v^n; quando ſi voglia applicare al pieno effetto determinato de' corpi, che veramente agiſcano. Perlochè ſi riſolve da lui il paradoſſo in queſta formola $m.v^n = m.v^2$: quando è in azione il corpo ſi determina il tempo da v^2, e perciò viene anche a determinarſi v^n, il quale diviene perciò ancor egli v^2; quindi ne naſce la giuſta equazione $m. v^2 = m. v^2$, che è quanto a dire $m. v = M$, $m. v^2 = 2M$ $m. v^3 = 3M$ ec. Tuttociò il noſtro Autore giudizioſamente riſtringe nella ſeconda dimoſtrazione del ſecondo teorema alla pagina 12. Sicchè a parlar chiaro, come in una lettera ſi conviene, ſenza i noſtri ſoliti miſterj, fa vedere il Sig. *Silio*, che i Newtoniani prendono la velocità iniziale infinitamente pic-

piccola, ovvero rappreſentano la velocità con una linea, i Leibniziani la prendono determinata, e la rappreſentano con una ſuperficie generata dal moto di cotal linea, d' onde ne naſce, che gli uni urtano nella ragion ſemplice, e gli altri nella ragion de' quadrati, quale è appunto tra le linee, e le ſuperficie. Del reſto sbagliano ambidue in un ſenſo, e nell' altro dicon bene ambidue. Scuopre pertanto acutiſſimamente, e da vero geometra tutti i granchi in ſecco preſi da tutti coloro, che affibbiataſi la giornea ſono ſaliti in ſcranna, ed anno deciſo a favore o dell' una, o dell' altra parte. Se tutte le Cattedre aveſſero uno di coteſti Giovani, grandiſſimo vantaggio ne riporterebbe forſe la Repubblica delle lettere in queſte materie tanto utili alla Chieſa, alla Repubblica, e al Principe. Una bella pruova di ciò ſi legge nel §. 97. pag. 66. in cui emenda il *Silio* l' emendatore Italiano, e geometricamente dimoſtra, che da coſtui ſono emendati i quadrati delle velocità Leibniziani con un altro errore, che è un quadrato di quella mala radice. Io confeſſo, che per queſta vaſtiſſima quiſtione ſendo ſempre ſtato in favor delle ſemplici velocità, finora per i miei uditori mi ſono ſervito dell' opera di *Francesco Zanotti*, „ della forza che chiamano viva „ sì perchè tratta queſta materia con preciſa chiarezza, sì anche perchè non fa uſo di quelle ſublimi analiſi, che ſono un cibo aſſai crudo per il tenero ſtomaco de' giovani, e loro ſenza riſerva la ſpiegavo; ma ora il Sig. *Silio* me lo fa guardare con altr' occhio, e mi ci fa far delle note, alle quali mai non avevo badato, prevenuto anch' io dal mio partito: mi ſalvavo introducendo nell' effetto pieno, e nelle foſſe ſcavate dai corpi cadenti il tempo, ma egli mi fa vedere, che ſenza la ſua Formola, ciò non è altro, che uno ſcappar per la maglia rotta. &c.

608134

NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

gi.o 85

Digitized by Google

co 3100

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTECA

Digitized by Goo